

1ère S – Exercices sur les études de fonction (avant le chapitre sur la dérivation)

On rappelle ces résultats de cours (mais sachez-les !) :

Pour toute fonction u définie sur un intervalle I

- 1) Quel que soit le réel constant k , la fonction $u+k$ a les mêmes variations que u sur I .
- 2) Quel que soit le réel non nul λ :
 - a) Si $\lambda > 0$, la fonction λu a les mêmes variations que u .
 - b) Si $\lambda < 0$, la fonction λu a des variations contraires à celle de u .
- 3) Si $u(x) \geq 0$ pour tout x de I , alors la fonction \sqrt{u} aura les mêmes variations que u sur I ¹
- 4) Si, pour tout x de I , $u(x) \neq 0$ et si u est continue² sur I , alors la fonction $\frac{1}{u}$ aura des variations contraires à celles de u .³

Déterminez l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes, ainsi que leurs variations sur chacun des intervalles qui composent leur ensemble de définition :

- a) f définie par $f(x) = \frac{-2}{3+x}$
- b) g définie par $g(x) = \sqrt{7-x}$
- c) h définie par $h(x) = \frac{-3}{\sqrt{x+4}} + 5$
- d) k et k' définies par $k(x) = \frac{7}{\sqrt{x^2-4}} - 8$ et $k'(x)$ définie par $k'(x) = \frac{7}{\sqrt{x^2+4}} - 8$
- e) l définie par $l(x) = -6\sqrt{3-x^2}$
- f) m définie par $m(x) = \sqrt{\frac{-7}{x^2-2x-3}} - 100$

1 C'est parce que la fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0; +\infty[$. Quand on compose par une fonction croissante, l'ordre est conservé.

2 Considérez (en attendant le chapitre sur les fonctions continues en terminale) qu'une fonction est continue sur un intervalle si sa courbe « est en un morceau »

3 C'est parce que la fonction inverse est strictement décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$. Comme la fonction u est continue, si elle ne s'annule pas sur I , elle ne changera pas non plus de signe sur I , on sera donc soit dans $]-\infty; 0[$, soit dans $]0; +\infty[$, quand on compose par une fonction décroissante, l'ordre est inversé.