1ère S. Exercices de base sur la dérivation. Corrigés

Exercice 1. Questions de Cours

1) a) Le nombre $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ s'appelle le taux d'accroissement de la fonction f entre a et $a+h$.

b) Si $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un réel L ($L \in \mathbb{R}$) lorsque h tend vers 0, alors on dit que la fonction f est dérivable en a et que L est le nombre dérivé de f en a. On le note alors $f'(a)$.

2) a) $f(a)$ est l'ordonnée du point A.

b) $f'(a)$ s'appelle le nombre dérivé de la fonction f en a.

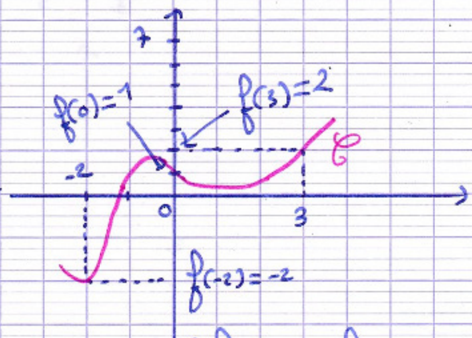
c) Une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ en A est :

$$\boxed{y = f'(a)(x-a) + f(a)}$$

Exercice 2

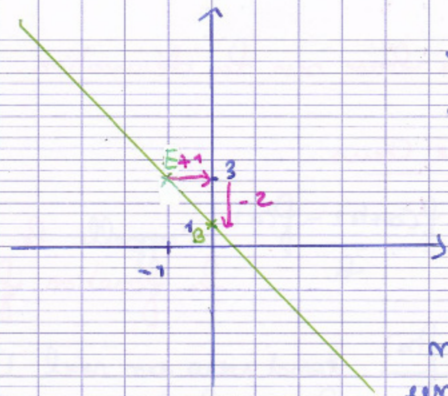
1) $f(0) = 1$

$f(3) = 2$ $\quad f(-2) = -2$



Rappel : $f(3)$ est
- l'image du nombre 3 par la fonction f.
- l'ordonnée du point de la courbe représentative de f qui a pour abscisse 3.

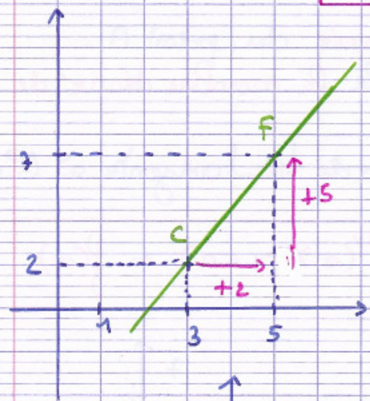
2)



La tangente à $\mathcal{C}$ en son point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur -2

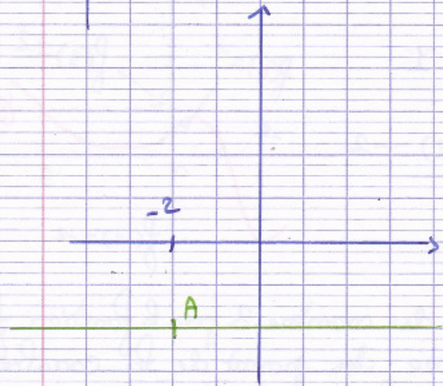
⚠ échelle → le repère n'a pas la même unité en abscisse et en ordonnée.

donc $\boxed{f'(0) = -2}$



La tangente à $\mathcal{C}$ en son point d'abscisse 3 a pour coefficient directeur $\frac{5}{2}$.

donc $\boxed{f'(3) = \frac{5}{2}}$



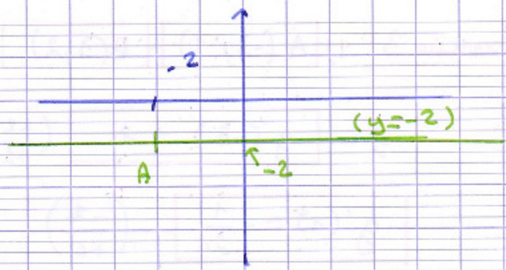
La tangente à $\mathcal{C}$ en son point d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses. Son coefficient directeur est donc 0.

On a donc :

$\boxed{f'(-2) = 0}$

Suite de l'exercice 2. 3)

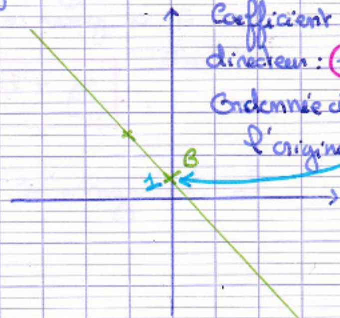
La tangente à $\mathcal{C}$ en A a pour équation réduite $\boxed{y = -2}$



(car $y = 0x - 2$: le coefficient directeur de cette tangente est 0, son ordonnée à l'origine est −2)

La tangente à $\mathcal{C}$ en B a pour équation réduite :

$$\boxed{y = -2x + 1}$$

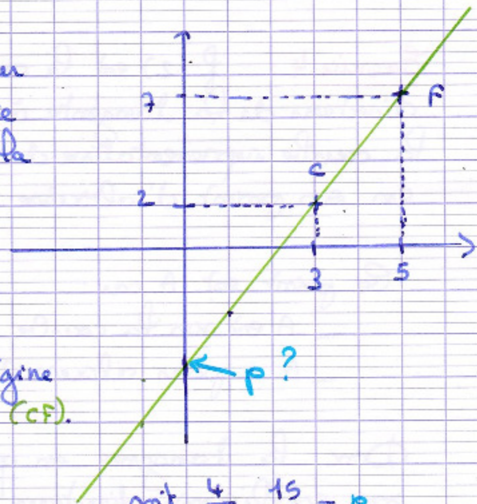


Coefficient directeur : −2

Ordonnée à l'origine : 1

La tangente à $\mathcal{C}$ en C est la droite (CF) dont on a vu qu'elle avait pour coefficient directeur $\frac{5}{2}$, ce qu'on peut vérifier par la formule :

$$m = \frac{y_F - y_C}{x_F - x_C} = \frac{7-2}{5-3} = \frac{5}{2}$$



Calculons son ordonnée à l'origine p sachant que $C(3;2) \in (CF)$.

On a : $y_C = \frac{5}{2}x_C + p$

soit $2 = \frac{5}{2} \times 3 + p$

soit $\frac{4}{2} = \frac{15}{2} + p$

soit $\frac{4}{2} - \frac{15}{2} = p$

soit $p = -\frac{11}{2}$ ou −5,5

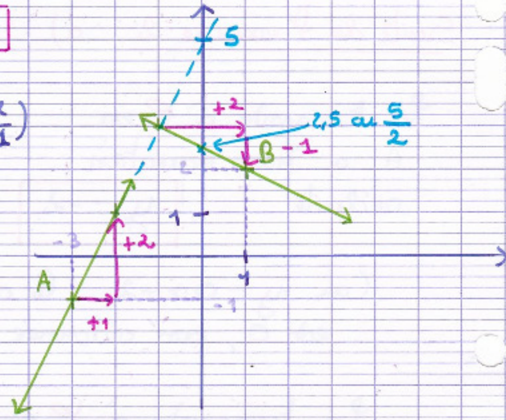
(CF) a donc pour équation : $\boxed{y = \frac{5}{2}x - \frac{11}{2}}$

Exercice 3 :

1) $\boxed{A(-3;-1)}$ $\boxed{B(1;2)}$

2) $\boxed{g'(-3) = 2}$ $\left(\frac{+2}{+1}\right)$

$\boxed{g'(1) = -\frac{1}{2}}$ $\left(\frac{-1}{+2}\right)$



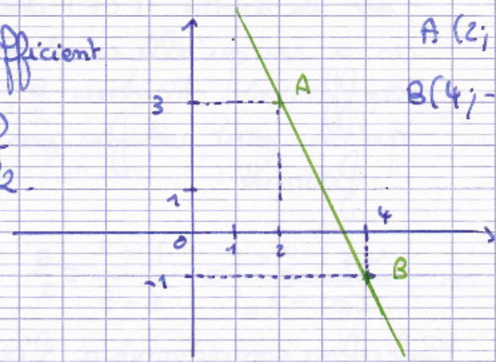
3) La tangente à $\mathcal{C}$ en A a pour équation réduite $\boxed{y = 2x + 5}$

La tangente à $\mathcal{C}$ en B a pour équation réduite :

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$$

Exercice 4 :

$f'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f en son point d'abscisse 2.



A (2;3)

B(4;−1)

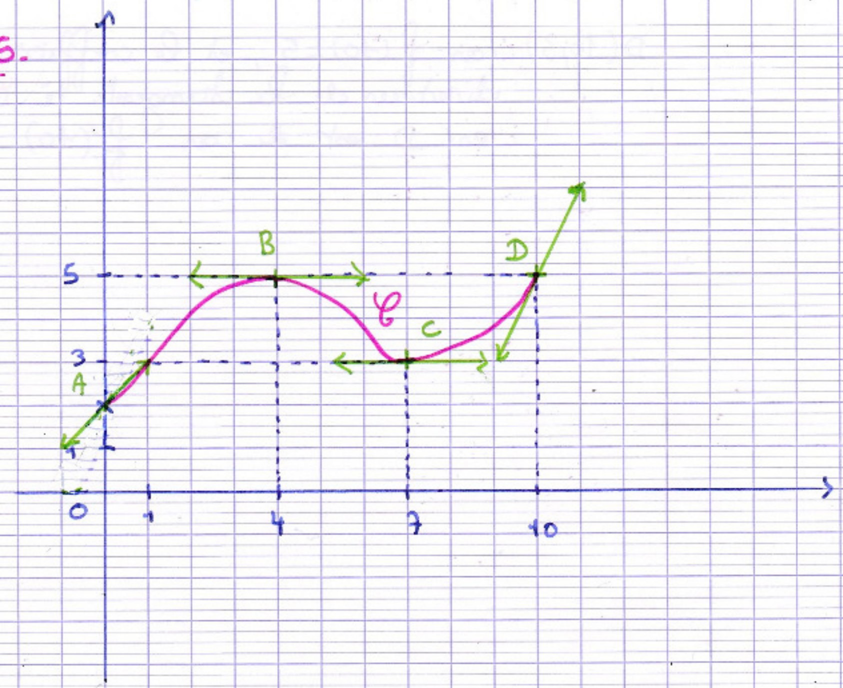
Ce point est A car :
- A est sur la courbe
- A a pour abscisse 2

Donc la tangente en question est la droite (AB). Calculons son coefficient directeur :

$$f'(2) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-3}{4-2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\boxed{f'(2) = -2}$$

Exercice 5.



A(0;2) car $f(0) = 2$ et le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en A est 1 car $f'(0) = 1$

B(4;5) car $f(4) = 5$ et le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en B est 0 car $f'(4) = 0$ → C'est donc une tangente horizontale.

C(7;3) car $f(7) = 3$ et le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en C est 0 car $f'(7) = 0$ → C'est donc une tangente horizontale.

D(10;5) car $f(10) = 5$, et le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en D est 2 car $f'(10) = 2$.