Exercice 1 : On est en repère orthonormé. Dans chaque cas, donner une équation cartésienne de la droite d passant par A et dont $\vec{n}$ est un vecteur normal :
1) $A(1;-2)$ et $\vec{n}(1;-1)$. 2) $A(-3;4)$ et $\vec{n}(2;-3)$

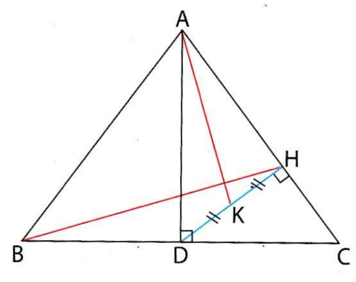
Exercice 2 : Soient $A(0;2)$, $B(0;-3)$ et $C(3;1)$ dans un repère orthonormé.
1) Déterminer une équation de la médiatrice du segment [AB].
2) Déterminer une équation de la médiatrice du segment [AC].
3) Déterminer le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 3 : Écrire un algorithme qui demande les coordonnées d'un point A et d'un vecteur non nul $\vec{n}$, et qui affiche une équation cartésienne de le droite passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$, dans un repère orthonormé.

Exercice 4 : Soient, dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, les points $A(0;4)$, $B(-3;0)$ et $C(2;0)$. Soient d et d' les droites perpendiculaires à (BC) respectivement en B et en C. La perpendiculaire à (AB) passant par O coupe d en P, la perpendiculaire à (AC) passant par O coupe d' en Q. 1) Faire une figure.
2) Démontrer que $H\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$ est le point de concours des hauteurs du triangle ABC (c'est-à-dire son orthocentre).
3) Déterminer les coordonnées des points P et Q.
4) Étudier l'alignement des points P, Q, H.

Exercice 5 : On est en repère orthonormé. Trouvez une équation du cercle :
1) De centre $A(1;-2)$ et de rayon 5.
2) De centre $A(-1;2)$ passant par $B(3;4)$.
3) De centre $A(-4;1)$ passant et tangent à l'axe des ordonnées.

Exercice 6 : ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB=5$ et $BC=6$. On nomme D le milieu de $[BC]$, H le pied de la hauteur issue de D dans le triangle ADC et K le milieu de $[DH]$.



Soit U le point de [DC] tel que $DU=1$ et V le point de $[DA]$ tel que $DV=1$.
1) Justifier que (D,U,V) est un repère orthonormé.
2) Déterminer une équation de la droite (DH).
3) Déterminer les coordonnées de H et de K.
4) Démontrer que (AK) et (BH) sont perpendiculaires.

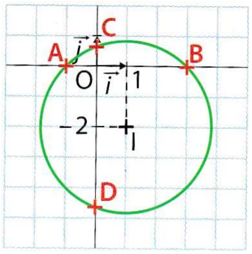
Exercice 7 : On est dans un repère orthonormé.
1) Donner une équation du cercle $\mathscr{C}$ de centre $\Omega(2;-4)$ et de rayon $r=2$.
2) Déterminer les coordonnées des points de $\mathscr{C}$ qui ont pour abscisse 3.

Exercice 8 : Dans chacun des cas suivants, démontrez que l'équation proposée est celle d'un cercle (en repère orthonormé) dont vous préciserez les coordonnées du centre et le rayon :

1) $x^2+y^2-x-3y-5=0$ 2) $(x-2)(x+5)+(y-1)(y-4)=0$

3) $3x^2+3y^2-6x-9y-1=0$

Exercice 9 : $\mathscr{C}$ est le cercle de centre 1 et de rayon $2\sqrt{2}$. Il coupe l'axe des abscisses en A et B et l'axe des ordonnées en C et D.



1) Trouvez une équation de $\mathscr{C}$.

2) Trouvez les coordonnées de A, B, C et D.

3) Vérifiez que $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}.\overrightarrow{OD}$

Exercice 10 : On est dans un repère orthonormé. Donner une équation du cercle $\mathscr{C}$:

1) de centre $\Omega(-3;4)$ et de rayon 5.

2) de centre $\Omega(2;-3)$ passant par $A(4;-4)$.

3) de diamètre [AB] avec $A(4;-4)$ et $B(8;1)$

Exercice 11 : On est dans un repère orthonormé. Soient les points $A(10;7)$ et $B(4;-1)$.

1) Donner une équation du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB].

2) Déterminer une équation de la tangente (T) à $\mathscr{C}$ au point B.

Exercice 12 : On donne, en repère orthonormé, les points $I(4;1)$ et $A(1;5)$.

$\mathscr{C}$ est le cercle de centre I passant par A. Démontrez que la droite *d* d'équation $y=\frac{3}{4}x+\frac{17}{4}$ est tangente en A au cercle $\mathscr{C}$.

Exercice 13 : Soient, en repère orthonormé, les points $A(2;3)$ et $B(-1;-2)$.

1) Déterminer une équation de (AB) et une équation du cercle de centre A et de rayon 4.

2) En déduire les coordonnées des points d'intersection de (AB) et du cercle.

Exercice 14 : Les équations suivantes sont des équations de cercles (en repère orthonormé). Donner le centre et le rayon de chaque cercle : 1) $(x-3)^2+(y-5)^2=12$

2) $(x+2)^2+y^2=4$ 3) $x^2+y^2-4x+y-5=0$ 4) $y^2=4-x^2$

Exercice 15 : Déterminer l'ensemble E des point $M(x;y)$ du plan tels que :

1) $x^2+y^2-3y=0$ 2) $x^2+y^2-4x+8=0$ 3) $2x-5y+3=0$

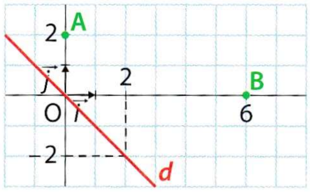
4) $2x^2+4y-1=0$ 5) $2x^2-4y-1=0$ 6) $x^2+y^2-6y-4=0$

Exercice 16 : Soient, dans un repère orthonormé, A(2;0), $B(-3;1)$ et Γ l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tels que $MA^2+MB^2=63$.

1) Vérifier que le point $C\left(\frac{5}{2};\frac{9}{2}\right)$ appartient à Γ.

2) Déterminer une équation de Γ puis identifier Γ

Exercice 17 : 1) Reproduisez la figure ci-contre, puis construisez le cercle $\mathscr{C}$ dont le centre appartient à d et qui passe par A et B.



2) Trouvez une équation du cercle $\mathscr{C}$.

Exercice 18 : On donne le point $A(1;2)$ et la droite d d'équation $x+2y=0$.
Démontrez que le cercle de centre A passant par O est tangent à d.

Exercice 19 : $\mathscr{C}$ est le cercle d'équation $x^2+y^2-4x+4y-2=0$ et d est la droite d'équation $x+3y-6=0$.

1) Faites une figure.

2) Vérifiez que les points $A(3;1)$ et $B(1;-5)$ appartiennent à $\mathscr{C}$.

3) La droite d est-elle tangente à $\mathscr{C}$ au point A ?

4) La tangente à $\mathscr{C}$ en B est-elle parallèle à d ?

Exercice 20 : Dans un repère orthonormé $(0;\vec{i},\vec{j})$, on donne les points : $A(5;1)$, $B(-3;1)$ et $C(0;6)$. Le but de l'exercice est de trouver une équation du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABC.

1) Placez les points dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ et construisez $\mathscr{C}$. On note I le centre de $\mathscr{C}$.

Partie A

2) Trouvez une équation de la médiatrice de [AB], puis une équation de la médiatrice de [AC].

3) Déduisez-en les coordonnées de I.

4) Trouvez alors une équation du cercle $\mathscr{C}$.

Partie B

On se propose de trouver une équation de $\mathscr{C}$ d'une autre manière.

On sait que le cercle $\mathscr{C}$ a une équation de la forme $x^2+y^2+ax+by+c=0$. Donc trouver une équation de $\mathscr{C}$ revient à calculer a, b et c.

5) En écrivant que A, B, C sont trois points de $\mathscr{C}$, démontrez que :
$$\begin{cases} 5a+b+c=-26 & (1) \\ -3a+b+c=-10 & (2) \\ 6b+c=-36 & (3) \end{cases}$$

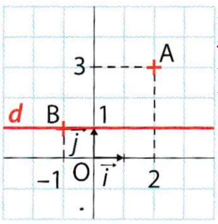
6) À l'aide de (1) et (2), calculez a.

7) Déduisez-en b et c à l'aide de (2) et (3)

8) Trouvez alors une équation du cercle $\mathscr{C}$.

9) Vérifiez que A, B et C sont bien trois points de $\mathscr{C}$.

10) Précisez les coordonnées du centre de $\mathscr{C}$ ainsi que son rayon.



Exercice 21 : On se propose de construire le cercle $\mathscr{C}$ passant par A et tangent en B à d, s'il existe, puis d'en trouver une équation.

1) Si le cercle $\mathscr{C}$ existe, pourquoi son centre I appartiendra-t-il à la médiatrice de [AB] ?

2) Pourquoi I appartient-il à la droite Δ perpendiculaire en B à d ?

3) Déduisez-en l'existence d'un point I unique et du cercle $\mathscr{C}$.
4) Trouvez une équation de la médiatrice de [AB].
5) Déduisez-en les coordonnée de I et une équation du cercle $\mathscr{C}$.

Exercice 22 : On donne le point $A(0;3)$ et la droite *d* d'équation $y=x-1$. La droite *d* coupe l'axe des ordonnées en B.
1) Construisez le cercle $\mathscr{C}$ de centre A tangent en H à la droite *d*. Justifiez votre construction.
2) Trouver les coordonnées de H.
3) Déduisez-en AH et une équation de $\mathscr{C}$.

Exercice 23 : Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, $\mathscr{C}$ est le cercle d'équation $x^2+y^2+x-4y-12=0$.
1) Construisez le cercle $\mathscr{C}$. $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en A et B, et l'axe des ordonnées en C et D (l'ordonnée de D est négative)
2) Calculez les coordonnées des points A, B, C et D.
3) On note H le symétrique de D par rapport à l'axe des abscisses. Démontrez que H est l'orthocentre du triangle ABC.

Exercice 24 : Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne le cercle $\mathscr{C}$ d'équation $x^2+y^2-4x+6y+3=0$ et la droite *d* d'équation $y=2x-2$.
1) Construisez le cercle $\mathscr{C}$ et la droite *d*.
2) On note M et N les points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de *d*. Le but de la question est de trouver les coordonnées de M et celles de N.

a) Démontrez que les coordonnées de M et N sont solutions du système :
(S) $\begin{cases} y=2x-2 \\ x^2+y^2-4x+6y+3=0 \end{cases}$

b) Démontrez que le système (S) équivaut au système :
(S') $\begin{cases} y=2x-2 \\ 5x^2-5=0 \end{cases}$

c) Déduisez-en les coordonnées de M et celles de N.

Exercice 25 : 1) Déterminer l'ensemble $\mathscr{C}$ des points $M(x,y)$ du plan tels que $(x-6)^2+(y-3)^2=20$ et l'ensemble $\mathscr{C}'$ des point $M(x;y)$ du plan tels que $x^2+y^2=5$.
2) a) Vérifier que le point $E(2;5)$ appartient à $\mathscr{C}$ et que le point $F(1;-2)$ appartient à $\mathscr{C}'$. Tracer $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$. b) Quelle conjecture peut-on faire sur ces cercles ?
3) a) Montrer que si un point $M(x,y)$ appartient à $\mathscr{C}$ et à $\mathscr{C}'$, alors $2x+y-5=0$.
b) Exprimer *y* en fonction de *x* et en déduire l'intersection de $\mathscr{C}$ et de $\mathscr{C}'$.
c) Qu'est la droite d'équation $2x+y-5=0$ pour ces deux cercles ? Le démontrer.

Exercice 26 : 1) Écrire un programme qui tire 1000 points $M(x;y)$ au hasard avec $0\leqslant x\leqslant 1$ et $0\leqslant y\leqslant 1$ et fait afficher sur un graphique les points tirés tels que $y>\sqrt{1-x^2}$.
2) Expliquer l'allure du graphique ainsi obtenu.