1ère S – Exercices sur le chapitre : Probabilités – Variable aléatoire.

Exercice 1 : Un commerçant fait une promotion sur des appareils-photos et des cartes mémoires. Une étude a permis d'établir que, pour un client qui entre dans le magasin, les événements : A = « il achète un appareil » et C = « il achète une carte » sont tels que $P(A)=0{,}2$, $P(C)=0{,}34$ et $P(A\cap C)=0{,}14$.

Le commerçant gagne 4 € par carte et 30 € par appareil.

Il a dépensé 250 € d'affichage.

On note X la somme que lui rapporte chaque client durant la semaine de promotion.

1) Déterminer la loi de probabilité de X.

2) B est la variable aléatoire indiquant le bénéfice du commerçant pour 225 clients.

a) Quelle relation lie B et X ? b) Quel bénéfice moyen peut-il espérer ?

Exercice 2 : QCM – Au moins une réponse est exacte.

Une entreprise fabrique des lentilles optiques. Des tests de conformité sur un lot de 500 lentilles ont permis de montrer que 18 ont un défaut de diamètre, 15 ont un défaut d'épaisseur et 472 n'ont aucun défaut. On prélève au hasard une lentille du lot. Les événements concernant la lentille sont notés :

D = « défaut de diamètre » E = « défaut d'épaisseur » X est la variable aléatoire qui, à une lentille prélevée associe le nombre de défauts de conformité.

Utilisez un diagramme ensembliste pour répondre :

1) Les événements D et E sont tels que : a) $P(\overline{D}\cap\overline{E})=0{,}944$

b) $P(D\cup E)=0{,}056$ c) $P(D\cap\overline{E})=0{,}036$

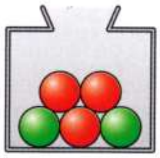
2) La variable aléatoire X est telle que : a) X prend 2 valeurs

b) $P(X=2)=0{,}01$ c) $P(X=1)=0{,}046$

3) La variable aléatoire X est telle que : a) $E(500X-33)=0$

b) $\sigma(X)<0{,}1$ c) $V(500X)=500V(X)$

Exercice 3 : Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher : deux vertes et 3 rouges. On extrait l'une après l'autre, sans remise, 2 boules de l'urne. À chaque issue, on associe le nombre de boules vertes obtenues. On définit ainsi une variable aléatoire X. 1) a) Calculez $P(X=0)$



b) Déterminez la loi de probabilités de X 2) Calculer E(X). Interprétez ce résultat.

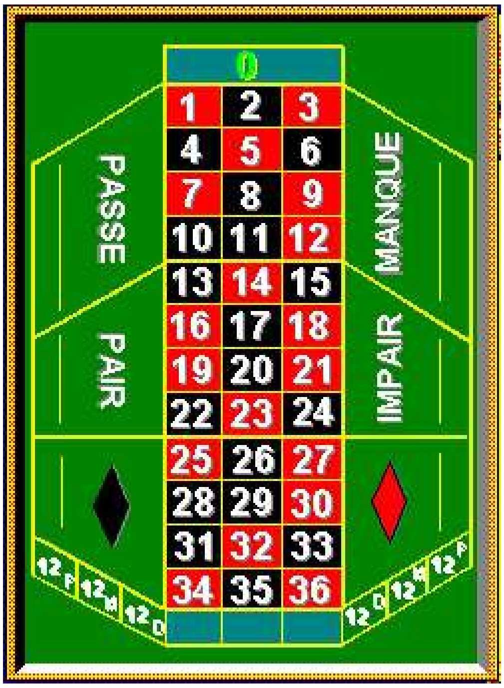
Exercice 4 : On lance 2 dés cubiques équilibrés, aux faces. Donner la loi de la variable aléatoire X qui donne la somme des points obtenus sur les 2 dés. Quelle(s) valeur(s) obtient-on les plus fréquemment ? Quelle est la probabilité d'obtenir cette valeur ?

Exercice 5 : Sept chevaux pénètrent successivement sur la piste. Parmi eux, trois sont blancs, les autres sont bais. L'ordre d'apparition des chevaux est choisi au hasard.

1) On note X la variable aléatoire qui donne le rang d'entrée du 1er cheval blanc. Définissez la loi de probabilité de X.

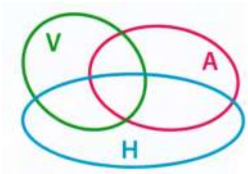
2) Sur un grand nombre de représentations, en moyenne, quel est le rang d'apparition du 1er cheval blanc ?

Exercice 6 : Au jeu de la roulette, les 37 issues 0, 1, 2 …, 36 sont équiprobables.



On se propose de comparer 3 stratégies de jeu :
Stratégie 1 : un joueur mise 10 € sur « rouge ». Si un numéro rouge sort, il reçoit le double de sa mise. Sinon, il perd sa mise.
Stratégie 2 : Il mise 10 € sur un numéro. S'il sort, il reçoit 36 fois sa mise. Sinon, il perd sa mise.
Stratégie 3 : Il mise 10 € sur l'événement P^{12} qui correspond à la sortie de l'un des Numéros de 1 à 12. Si cet événement est réalisé, il reçoit le triple de sa mise ; sinon, il perd sa mise.
1) Pour chacune des stratégies : a) Donner la loi de probabilités de la variable aléatoire qui indique le gain algébrique du joueur. b) Calculer l'espérance mathématique et la variance.
2) Comparez les espérances et les variances. Quelle interprétation faites-vous concernant le gain moyen et la possibilité de « gagner une grosse somme » ?

Exercice 7 : Une compagnie d'assurances analyse les contrats souscrits par ses clients. Voici les résultats :



- 72 % ont souscrit une assurance Habitation.
- 54 % ont souscrit une assurance Auto
- 30 % ont souscrit une assurance Vie
- 7 % ont souscrit les 3 types d'assurances
- 25 % ont souscrit exactement une assurance Auto et une assurance Habitation
- 31 % ont souscrit uniquement une assurance Habitation
- 14 % ont souscrit uniquement une assurance Auto

(Tous les clients ont souscrit au moins un contrat parmi les 3 cités ci-dessus)
1) Sur un diagramme comme celui de la figure, indiquez les différents pourcentages dans les zones qui conviennent.
2) La compagnie envoie un courrier à un assuré choisi au hasard. On appelle H l'événement « L'assuré a souscrit une assurance Habitation », V : « L'assuré a souscrit une assurance Vie », et A : « L'assuré a souscrit une assurance Auto. »
Identifiez sur le diagramme les événements suivants et calculez leur probabilité :
a) $A \cap V \cap H$ b) $\overline{H} \cap A$ c) $\overline{H} \cap \overline{V}$ d) $\overline{A \cup H}$ e) $\overline{A \cap V}$
3) Décrivez, à l'aide des lettres A, V et H, les événements :
E : « L'assuré n'a pas souscrit d'assurance Vie, mais il a souscrit une assurance habitation et une assurance Auto »
F : « L'assuré a souscrit uniquement une assurance auto »
G : « L'assuré a souscrit exclusivement une assurance auto et une assurance habitation »