

## 1<sup>ère</sup> S – Exercices sur la loi binomiale

**Exercice 1** : on lance 8 fois de suite un dé à 6 faces parfaitement équilibré.

Soit  $X$  la variable aléatoire représentant le nombre de fois où l'on a obtenu un nombre supérieur ou égal à 5.

1) Quelle loi suit  $X$  ? Justifier votre réponse.

2) Donner les paramètres de cette loi.

**Exercice 2** : Soit  $Y$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres 9 et  $\frac{1}{3}$ .

Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de  $Y$ .

**Exercice 3** : Dans le métro, il y a 9 % des voyageurs qui fraudent. Chaque jour, à la station Alésia, on contrôle 200 personnes.

Soit  $X$  la variable aléatoire qui représente le nombre de fraudeurs sur 200 personnes.

On admet que  $X$  suit une loi binomiale.

1) Déterminer les paramètres de la loi que suit  $X$ .

2) Combien de personnes, en moyenne, vont être signalées en fraude lors de ce contrôle ?

3) Si le prix du ticket est de 1,70 €, quel doit être le prix de l'amende pour qu'en moyenne, l'établissement régissant le métro ne perde pas d'argent avec les fraudeurs de la station Alésia, sachant qu'il y a 5000 voyageurs chaque jour dans cette station ?

**Exercice 4** : Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $\frac{2}{5}$ .

Sachant que  $E(X)=4$ , calculer l'écart-type de  $X$ .

**Exercice 5** : Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres 16 et  $p$ , avec  $p \leq \frac{1}{2}$ .

Sachant que  $\sigma(X)=1$ , calculer  $p$  puis  $E(X)$ .

**Exercice 6** : Donner, sans calculer, la valeur des coefficients binomiaux suivants :

$$\binom{6}{0} ; \binom{5}{5} ; \binom{4}{1} ; \binom{3}{0} ; \binom{2}{2} ; \binom{12}{0} ; \binom{16}{15} ; \binom{785}{1} ; \binom{444}{0} ; \binom{849}{848}$$

**Exercice 7** : Sachant que  $\binom{15}{6}=5005$  et que  $\binom{15}{7}=6435$ , calculer les coefficients binomiaux suivantes :

$$\binom{15}{9} ; \binom{15}{8} ; \binom{16}{7} \text{ et } \binom{16}{9}.$$

**Exercice 8** : À l'aide du triangle de Pascal, déterminer à quelle combinaison chacun de ces nombres correspond : 6 ; 5 ; 15 ; 35 et 70.

Ecrire le résultat sous la forme  $\binom{n}{p}$  avec la plus petite valeur pour  $n$  et  $p$  possible.

**Exercice 9** : Soit  $Y$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres 5 et  $\frac{1}{3}$ .

Donner, sous la forme d'une fraction irréductible, l'expression de :  $P(Y=0)$ ,  $P(Y=1)$  et  $P(Y=4)$

Exercice 10 : Soit  $Z$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres 9 et  $\frac{2}{3}$ .

Calculer  $P(Z=3)$  et  $P(Z=6)$ , donner la valeur arrondie à  $10^{-3}$  près des résultats.

Exercice 11\*\*\* : on lance simultanément deux dés à 6 faces parfaitement équilibrés.

1) Quelle est la probabilité d'obtenir un double-six ?

2) On lance dix fois de suite cette paire de dés. Quelle est la probabilité de faire au moins trois double-six lors de ces dix parties ? Donner le résultat arrondi à  $10^{-4}$  près.

Exercice 12 : on tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. On regarde sa couleur, puis on la remet dans le paquet. On recommence cette expérience 8 fois de suite.

Soit  $X$  la variable aléatoire correspondant au nombre de fois où l'on a tiré un cœur.

1) Quelle loi suit  $X$  ? Donner ses paramètres.

2) A chaque fois qu'on tire un cœur, on gagne 3 €. Dans les autres cas, on perd 1 €. Soit  $Y$  la variable aléatoire représentant le gain total en euros lors de ces 8 tirages.

a) Exprimer  $Y$  en fonction de  $X$ .

b) En déduire l'espérance de  $Y$ .

c) Est-il financièrement intéressant de jouer à ce jeu ?

Exercice 13 : Lorsqu'un commercial contacte des clients potentiels par téléphone, il sait qu'il a 2 % de chances pour que la personne lui passe une commande. Ce commercial appelle  $n$  personnes. Soit  $X$  la variable aléatoire correspondant au nombre de personnes ayant passé une commande.

1) Quelle loi suit  $X$  ? Donner ses paramètres.

2) Donner la valeur de  $E(X)$

3) Quelle valeur de  $n$  faut-il prendre pour que  $E(X)=5$  ?

4) La phrase suivante est-elle vraie ou fausse : « Pour que le commercial soit sûr qu'on lui passe 5 commandes, il doit appeler 250 personnes. » Justifier votre réponse.

Exercice 14 : On considère une classe de terminale de 24 élèves.

Chaque élève a 82 % de chances d'obtenir son bac à la fin de l'année scolaire.

1) On choisit un élève au hasard. Soit  $X$  la variable aléatoire qui prend la valeur 0 si cet élève obtient son bac, 1 sinon. Quelle loi suit  $X$  ? Donner son paramètre.

2) Soit  $Y$  la variable aléatoire représentant le nombre d'élèves qui aura obtenu son bac à la fin de l'année scolaire dans cette classe de terminale.

a) Quelle loi suit  $Y$  ? Donner ses paramètres.

b) Quelle est la probabilité pour que tous les élèves soient reçus ? On donnera un résultat approché à  $10^{-3}$  près.