

1ère S – Fiche-bachotage sur le chapitre : Loi binomiale – Échantillonnage

<p>Si n événements A_1, A_2, \dots, A_n sont indépendantes, quelle relation peut-on écrire concernant leurs probabilités ?</p>	$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \times P(A_2) \times \dots \times P(A_n)$
<p>Qu'est-ce qu'une épreuve de Bernoulli de paramètre p ?</p> <p>Qu'est-ce que la variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p ?</p> <p>Soit X une variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p. Donner son espérance et sa variance.</p>	<p>Une expérience aléatoire à deux issues, dont l'une, considérée comme « succès » a pour probabilité p.</p> <p>La variable aléatoire qui prend comme valeur 1 si « succès » est réalisé, 0 sinon.</p> $E(X) = p$ $V(X) = p \times (1 - p) \text{ donc } \sigma(X) = \sqrt{p \times (1 - p)}$
<p>Qu'est-ce qu'un schéma de Bernoulli de paramètres n et p ?</p>	<p>La répétition de n épreuves de Bernoulli indépendantes de paramètre p</p>
<p>Qu'est-ce que le coefficient binomial $\binom{n}{k}$?</p>	<p>Le nombre de chemins menant à exactement k succès dans l'arbre pondéré d'un schéma de Bernoulli à n épreuves.</p>
<p>Citer les deux propriétés calculatoires à connaître à propos des coefficients binomiaux.</p>	<p>$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ car autant de chemins mènent à k succès qu'à k échecs.</p> <p>$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ car quand on passe de n à $n+1$ expérience, pour compter $k+1$ succès, on compte les branches à k succès au rang n puis 1 succès au rang $n+1$ (il y en a $\binom{n}{k}$), plus les branches à $k+1$ succès puis 1 échec au rang $n+1$ (Il y en a $\binom{n}{k+1}$).</p>
<p>Dans un schéma de Bernoulli de paramètres n et p, si on nomme X la variable aléatoire qui donne le nombre de succès, quelle loi de probabilités suit X ?</p>	<p>Une loi binomiale de paramètres n et p, notée $\mathcal{B}(n, p)$</p>
<p>Soit k un entier compris entre 0 et n. Que vaut $P(X=k)$ pour la loi ci-dessus ?</p>	$P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$
<p>Quelles sont l'espérance et la variance d'une telle loi ?</p>	$E(X) = np \qquad V(X) = npq \text{ où } q = 1 - p$
<p>Qu'est-ce que l'intervalle de fluctuation à 95 % d'une fréquence correspondant à la réalisation de X (qui suit la loi $\mathcal{B}(n, p)$) sur un échantillon de aléatoire de taille n ?</p>	$\left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n} \right]$ où a est le plus petit entier tel que $P(X \leq a) > 0,025$ et b le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.