

2^{nde} – Fiche d'aide individualisée n°8 – Vendredi 8 décembre 2006
Inéquations et tableaux de signes

Exercice 1 : Résolution détaillée d'une inéquation-produit

Le but de l'exercice est d'apprendre à résoudre l'inéquation $(3x - 12)(-2x + 10) \geq 0$.
 On va pour cela déterminer le signe du produit $(3x - 12)(-2x + 10)$ lorsque x varie dans \mathbb{R} .

- 1) a) Résoudre l'équation $3x - 12 = 0$ b) Résoudre l'inéquation $3x - 12 > 0$
 c) Sur la droite graduée, marquer
 - **En rouge** la valeur de x pour laquelle $3x - 12 = 0$
 - **En vert** l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $3x - 12$ est strictement positif.
 - **En bleu** l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $3x - 12$ est strictement négatif.



d) Traduire ce graphique dans un tableau de signes :

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x - 12$

- 2) a) Résoudre l'équation $-2x + 10 = 0$ b) Résoudre l'inéquation $-2x + 10 > 0$
 c) Sur la droite graduée, marquer
 - **En rouge** la valeur de x pour laquelle $-2x + 10 = 0$
 - **En vert** l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $-2x + 10$ est strictement positif.
 - **En bleu** l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $-2x + 10$ est strictement négatif.



d) Traduire ce graphique dans un tableau de signes :

x	$-\infty$	$+\infty$
$-2x + 10$

3) Pour résoudre l'inéquation (I), $(3x - 12)(-2x + 10) \geq 0$, on partage \mathbb{R} en 3 intervalles sur lesquels on va déterminer son signe à l'aide de la règle des signes.

En vous aidant des deux tableaux des questions précédentes, répondre :

- a) Pour quelles valeurs de x a-t-on $(3x - 12)(-2x + 10) = 0$? et Ces valeurs partagent \mathbb{R} en 3 intervalles.
 b) Quel est le signe de $3x - 12$ sur l'intervalle $]-\infty ; 4[$?
 Quel est le signe de $-2x + 10$ sur l'intervalle $]-\infty ; 4[$?
 Quel est le signe de $(3x - 12)(-2x + 10)$ sur l'intervalle $]-\infty ; 4[$? (d'après la règle des signes)
 c) Quel est le signe de $3x - 12$ sur l'intervalle $]4 ; 5[$?
 Quel est le signe de $-2x + 10$ sur l'intervalle $]4 ; 5[$?
 Quel est le signe de $(3x - 12)(-2x + 10)$ sur l'intervalle $]4 ; 5[$?

4) Compléter le tableau de signes :

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x - 12$	0
$-2x + 10$	0
$(3x-12)(-2x+10)$	0	0

5) Sur quel(les) intervalle(s) $(3x - 12)(-2x + 10)$ est-il positif ou nul ?

.....
 L'ensemble des solutions de (I) $(3x - 12)(-2x + 10) \geq 0$ est donc

Résultats à retenir pour gagner du temps : **Pour $a \neq 0$, $ax + b$ s'annule pour $x = -\frac{b}{a}$**

$ax + b$ est du signe de a « après » $-\frac{b}{a}$, c'est-à-dire sur $]-\frac{b}{a}; +\infty[$

En pratique, dans le tableau de signes : **si $a > 0$, l'ordre est $[- 0 +]$ avec $ax + b = 0$ en $x = -\frac{b}{a}$**
si $a < 0$, l'ordre est $[+ 0 -]$ avec $ax + b = 0$ en $x = -\frac{b}{a}$

Exercice 2 : Résolution guidée d'une inéquation-produit

On veut résoudre l'inéquation $(3x + 8)(5x - 2) > 0$.

1) Déterminer les valeurs de x qui annulent $3x + 8$ et $5x - 2$, et les classer par ordre croissant.

2) Etablir le tableau de signes de $(3x + 8)(5x - 2)$

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x + 8$				
$5x - 2$				
$(3x+8)(5x-2)$				

3) Résoudre $(3x + 8)(5x - 2) > 0$ (par lecture du tableau)

Exercice 3 : Inéquations-produits à résoudre « tout seuls »

- (I₁) $(-x + 3)(4x + 16) \leq 0$
- (I₂) $(-2x - 3)(5x + 12) < 0$
- (I₃) $x(2x - 6) \geq 0$
- (I₄) $-x(3x + 12) > 0$
- (I₅) $-4x(-5x + 10)(-7x - 9) \leq 0$
- (I₆) $x(x + 3)(x + 4) > 0$