

## 2<sup>nde</sup> – Ch21 – Orthogonalité dans l'espace.

### I- Définitions de la perpendicularité et de l'orthogonalité.

#### 1- Droites perpendiculaires et droites orthogonales

**Définitions :** Deux **droites** sont **perpendiculaires** lorsqu'elles se coupent en formant un angle droit.  
Deux **droites** sont **orthogonales** lorsque, si, par un point donnée, on trace leurs parallèles, ces parallèles sont perpendiculaires entre elles.

**Remarque :** Deux droites perpendiculaires sont nécessairement orthogonales.

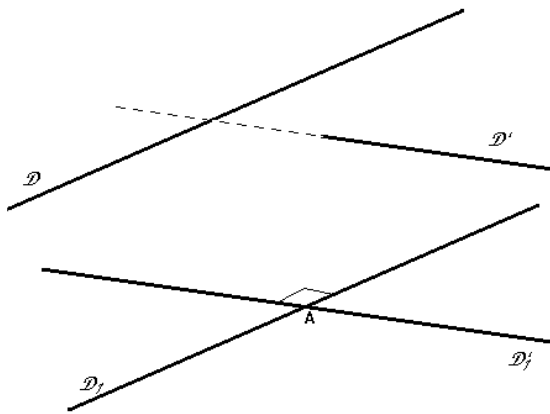
Mais deux droites orthogonales ne sont pas perpendiculaires si elles ne sont pas coplanaires.

**Différence entre « perpendiculaire » et « orthogonal » en général :**

Pour « perpendiculaire », il doit y avoir une intersection.

Des vecteurs orthogonaux, par exemple, ne se coupent pas nécessairement.

#### Illustration du cas général :



D et D' sont non-coplanaires (considérez sur la figure que D' passe « en-dessous » de D).

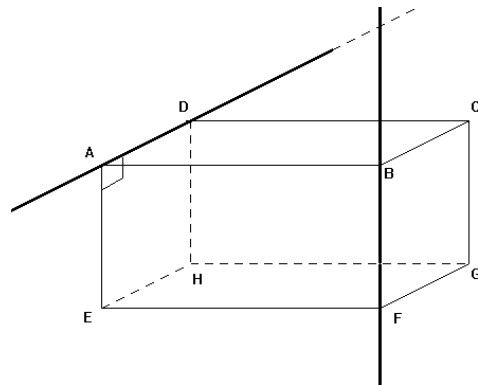
A est un point donné.

On trace  $D_1$ , la parallèle à D passant par A.

On trace  $D'_1$ , la parallèle à D' passant par A.

Si  $D_1$  et  $D'_1$  forment un angle droit (en A), alors D et D' sont dites orthogonales.

#### Illustration dans un parallélépipède rectangle :



ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.  
(BF) et (AD), par exemple, sont non coplanaires mais cependant orthogonales.

En effet, la parallèle à (BF) passant par A est (AE) et (AE) est perpendiculaire à (AD) dans le rectangle ADHE.

#### 2- Plan et droite perpendiculaires

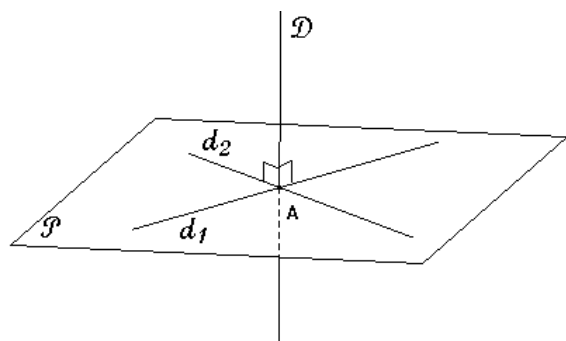
**Définition :** une **droite** D est **perpendiculaire à un plan** P quand elle est orthogonale à deux droites sécantes contenues dans P.

**Ci-contre :** La droite D est perpendiculaire,

- d'une part, à  $d_1$  qui est contenue dans P

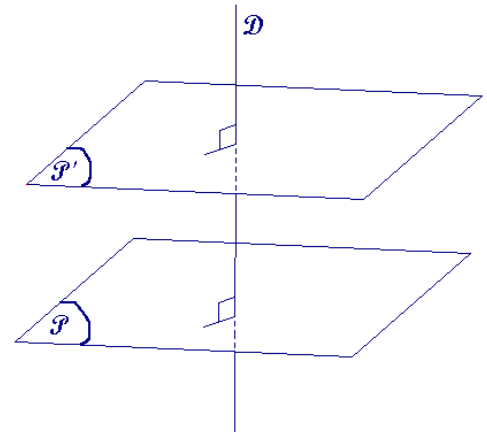
- d'autre part, à  $d_2$  qui l'est aussi et qui coupe  $d_1$ .

Donc D est perpendiculaire à P.

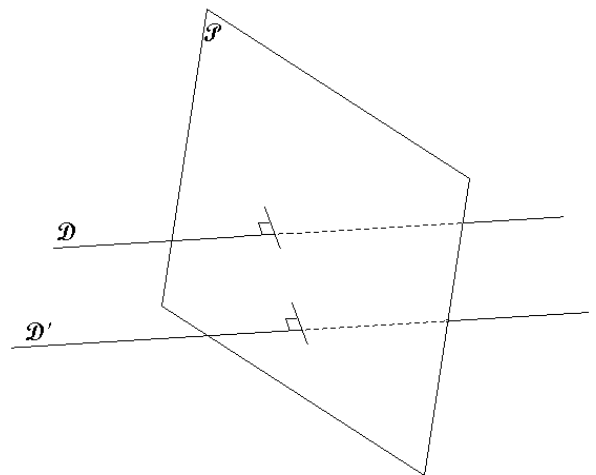


## II- Propriétés

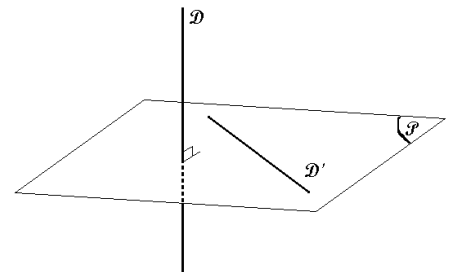
- Deux plans orthogonaux à une même droite sont parallèles.
- Si deux plans sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.



- Deux droites orthogonales à un même plan sont parallèles.
- Si deux droites sont parallèles, tout plan perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.



- Si une droite D et un plan P sont orthogonaux, alors D est orthogonale à toute droite contenue dans P.



Ci-contre : D est orthogonale à P.  
D' est contenue dans P.  
Donc D et D' sont orthogonales.

## III- Plan médiateur d'un segment. C'est l'équivalent de la médiatrice, dans l'espace.

Définitions :

- 1- Le plan médiateur d'un segment est le plan qui lui est perpendiculaire et passe par son milieu.
- 2- Le plan médiateur d'un segment [AB] est l'ensemble des points du plan équidistants de A et de B.

- Si un point M est sur le plan médiateur de [AB], alors  $AM = BM$

Réciproquement :

- Si un point M de l'espace est tel que  $AM = BM$ , alors M est sur le plan médiateur de [AB]

