Classe de 2^{nde} 3 – Mathématiques – Corrigé du devoir Maison n°4

Exercice 1 : 1)

$$\frac{4x-7}{3} = 2x \quad (\times 3)$$
$$4x - 7 = 6x \quad (-6x+7)$$
$$4x - 6x = 7$$
$$-2x = 7 \quad (:(-2))$$
$$x = -\frac{7}{2}$$
$$\mathbf{S = \left\{-\frac{7}{2}\right\}}$$

$$-\frac{1}{3}x + 7 = 0 \quad (-7)$$
$$-\frac{1}{3}x = -7 \quad :\left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$x = -7 \times (-3)$$
$$x = 21$$
$$\mathbf{S = \{21\}}$$

$$\frac{8x-5}{4} = \frac{4x-3}{2} \quad (\times 4 \times 2)$$
$$2(8x-5) = 4(4x-3)$$
$$16x - 10 = 16x - 1$$
$$-10 = 12 \quad (-16x)$$

faux pour tout x

$$\mathbf{S = \varnothing}$$

2)

$$\frac{4x-7}{3} \geq 2x \quad (\times 3)$$
$$4x - 7 \geq 6x \quad (-6x+7)$$
$$4x - 6x \geq 7$$
$$-2x \geq 7 \quad (:(-2))$$
$$x \leq -\frac{7}{2}$$
$$\mathbf{S = \left]-\infty ; -\frac{7}{2}\right]}$$

$$-\frac{1}{3}x + 7 > 0 \quad (-7)$$
$$-\frac{1}{3}x > -7 \quad :\left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$x < -7 \times (-3)$$
$$x < 21$$
$$\mathbf{S = \left]-\infty ; 21\right]}$$

$$\frac{8x-5}{4} \leq \frac{4x-3}{2} \quad (\times 4 \times 2)$$
$$2(8x-5) \leq 4(4x-3)$$
$$16x - 10 \leq 16x - 1$$
$$-10 \leq 12 \quad (-16x)$$

vrai pour tout x

$$\mathbf{S = \mathbb{R}}$$

Exercice 2 :

(E_4) $\left(\frac{1}{2}x - 7\right)^2 = 9(x+3)^2$ $(E_4) \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}x - 7\right)^2 = [3(x+3)]^2$

2 nombres ont le même carré s'ils sont égaux ou opposés.

$(E_4) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 7 = 3(x+3)$ ou $\frac{1}{2}x - 7 = -3(x+3)$

$(E_4) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 7 = 3x + 9$ ou $\frac{1}{2}x - 7 = -3x - 9$

$(E_4) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 3x = 9 + 7$ ou $\frac{1}{2}x + 3x = -9 + 7$

$(E_4) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{6}{2}x = 16$ ou $\frac{1}{2}x + \frac{6}{2}x = -2$

$(E_4) \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x = 16$ ou $\frac{7}{2}x = 2$

$(E_4) \Leftrightarrow x = 16 \times \left(-\frac{2}{5}\right)$ ou $x = 2 \times \frac{2}{7}$

$(E_4) \Leftrightarrow x = -\frac{32}{5}$ ou $x = \frac{4}{7}$ **$S = \left\{-\frac{32}{5} ; \frac{4}{7}\right\}$**

$(E_5) \Leftrightarrow (2-x)[(5x+3)$

(E_5) $(2-x)(5x+3) - 2 + x = (2-x)^2$

(E_5) $\Leftrightarrow$ $(2-x)(5x+3) - (2-x)\times 1 - (2-x)^2 = 0$

(E_5) $\Leftrightarrow$ $(2-x)[(5x+3) - 1 - (2-x)] = 0$

(E_5) $\Leftrightarrow$ $(2-x)(5x+3-1-2+x) = 0$

(E_5) $\Leftrightarrow$ $(2-x)\times(6x) = 0$

(E_5) $\Leftrightarrow$ $2 - x = 0$ ou $6x = 0$

(E_5) $\Leftrightarrow$ $x = 2$ ou $x = 0$ **$S = \{0 ; 2\}$**

(E_6) $\dfrac{x-4}{x-5}+\dfrac{x-6}{x-4}=2-\dfrac{2}{x-4}$ Valeurs interdites : 4 et 5

On résout dans $\mathbb{R} \setminus \{ 4 ; 5\}$

(E_6) $\Leftrightarrow$ $\dfrac{(x-4)^2}{(x-5)(x-4)}+\dfrac{(x-6)(x-5)}{(x-4)(x-5)}=\dfrac{2(x-5)(x-4)}{(x-5)(x-4)}-\dfrac{2(x-5)}{(x-4)(x-5)}$

(E_6) $\Leftrightarrow$ $(x-4)^2+(x-6)(x-5)=2(x-5)(x-4)-2(x-5)$

(E_6) $\Leftrightarrow$ $x^2-8x+16+x^2-6x-5x+30=2(x^2-5x-4x+20)-2x+10$

(E_6) $\Leftrightarrow 2x^2-19x+46 = 2(x^2-9x+20)-2x+10$

(E_6) $\Leftrightarrow \cancel{2x^2}-19x+46 = \cancel{2x^2}-18x+40-2x+10$

(E_6) $\Leftrightarrow -19x+46=-20x+50$

(E_6) $\Leftrightarrow x=4$

4 est valeur interdite. Donc **S = ∅**.

<u>**Exercice 3**</u> **: 1)** AEF sera rectangle en E si et seulement si $\boxed{AE^2+EF^2=AF^2}$ **(relation 1)**.

(d'après le théorème de Pythagore et sa réciproque)

Or, en appliquant le théorème de Pythagore au triangle ADC rectangle en D, on trouve :

$\boxed{AE^2} = AD^2+DE^2=10^2+(10-1,6)^2=100+8,4^2=100+70,56=\boxed{170,56}$

En appliquant le théorème de Pythagore au triangle EFC rectangle en C, on trouve :

$\boxed{EF^2} = EC^2+CF^2=1,6^2+(10-x)^2=2,56+100-20x+x^2=\boxed{x^2-20x+102,56}$

En appliquant le théorème de Pythagore au triangle ABF rectangle en B, on trouve :

$\boxed{AF^2} = AB^2+BF^2=10^2+x^2=\boxed{x^2+100}$

En remplaçant AE^2, EF^2 et AF^2 par les expressions trouvées dans la **relation 1**, on obtient :

$170,56+x^2-20x+102,56=x^2+100$ (E_1) (E_1) $\Leftrightarrow -20x+273,12=100$

(E_1) $\Leftrightarrow -20x=-173,12$ (E_1) $\Leftrightarrow x=\dfrac{173,12}{20}=8,656$

$\boxed{\text{Pour que AEF soit rectangle en E, on doit avoir } x = 8,656}$

2) a) $(x-5)^2-9=x^2-10x+25-9=x^2-10x+16$

b) $x^2-10x+16=0$ (E_2) (E_2) $\Leftrightarrow (x-5)^2-9=0$ (E_2) $\Leftrightarrow (x-5)^2-3^2=0$

(E_2) $\Leftrightarrow (x-5-3)(x-5+3)=0$ (E_2) $\Leftrightarrow (x-8)(x-2)=0$

L'équation admet 2 solutions : x = 8 et x = 2. **S = { 8 ; 2 }**

c) AEF sera rectangle en F si et seulement si $\boxed{AF^2+FE^2=AE^2}$ **(relation 2)**.

En remplaçant dans **cette relation** les expressions de AF^2, FE^2 et AE^2 par celles trouvées au 1) on obtient :

$x^2+100+x^2-20x+102,56=170,56$ (E_3) (E_3) $\Leftrightarrow 2x^2-20x+202,56=170,56$

(E_3) $\Leftrightarrow 2x^2-20x+32=0$ (E_3) $\Leftrightarrow x^2-10x+16=0$ (E_2)

(E_3) admet donc 2 solutions : 8 et 2. Ces valeurs sont toutes deux recevables car comprises entre 0 et 10.

<u>Conclusion</u> : $\boxed{\text{pour que AEF soit rectangle en F, il faut que soit } x = 2, \text{ soit } x = 8.}$