2^{nde} 3 – Mathématiques – Corrigé du Devoir maison n°7

Exercice 1 : 1)

- C appartient à l'axe des abscisses. Donc $y_C = 0$.
- $C \in (D)$, donc $y_C = \frac{1}{3} x_C - 2$

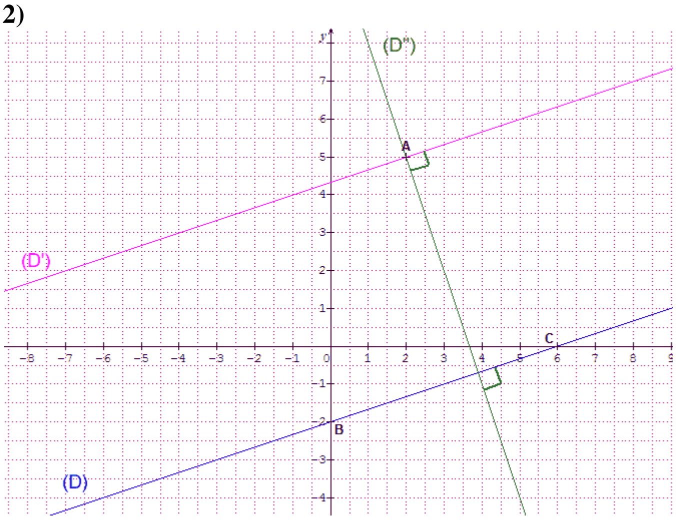
Or $y_C = 0$, donc $0 = \frac{1}{3} x_C - 2 \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{3} x_C \Leftrightarrow 6 = x_C \Leftrightarrow x_C = 6$

Donc $\boxed{C (6 ; 0)}$

- B appartient à l'axe des ordonnées, donc $x_B = 0$.
- B appartient à (D), donc son ordonnée est l'ordonnée à l'origine de (D), c'est-à-dire – 2.

Conclusion : $\boxed{B (0 ; -2)}$

2)



3) (D') est parallèle à (D) donc son coefficient directeur est le même que celui de (D) : $\frac{1}{3}$.

(D') admet donc une équation réduite de la forme $y = \frac{1}{3} x + b'$, où b' reste à déterminer.

Comme $A \in (D')$, on sait que $y_A = \frac{1}{3} x_A + b'$. Soit $5 = \frac{1}{3} \times 2 + b' \Leftrightarrow 5 = \frac{2}{3} + b' \Leftrightarrow 5 - \frac{2}{3} = b'$

$\Leftrightarrow b' = \frac{15}{3} - \frac{2}{3} = \frac{13}{3}$

L'équation réduite de (D') est donc $\boxed{y = \frac{1}{3} x + \frac{13}{3}}$.

En traçant (D') sur la figure, on lit bien une ordonnée à l'origine correspondant à $\frac{13}{3} \approx 4,33$.

4) $(D'') \perp (D)$, donc, comme (D) a pour coefficient directeur $\frac{1}{3}$, le coefficient directeur de (D'') sera a'' tel que $a'' \times \frac{1}{3} = -1$

Soit a'' = – 3.
(D'') admet donc une équation réduite de la forme $y = -3x + b''$, où b'' reste à déterminer.

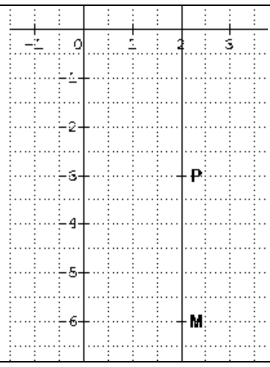
Comme $A \in (D'')$, on aura $y_A = -3 x_A + b''$, soit $5 = -3 \times 2 + b'' \Leftrightarrow 5 + 6 = b'' \Leftrightarrow b'' = 11$.
(D'') admet donc pour équation réduite $\boxed{y = -3 x + 11}$. (équation cohérente avec le tracé)

Exercice 2 :

1)

P (2 ; – 3) et M (2 ; – 6) P et M ont la même abscisse.
La droite (PM) est donc parallèle à l'axe des ordonnées.

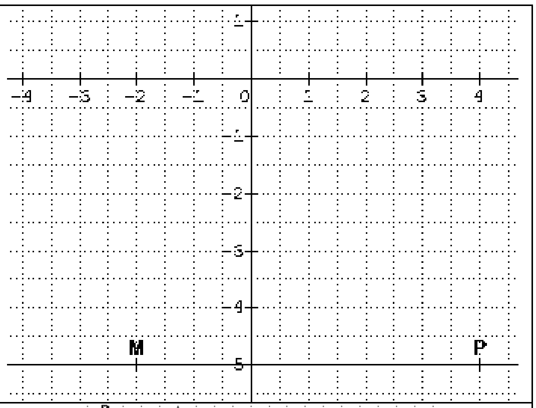
Elle admet donc une équation réduite de la forme x = c. Ici : $\boxed{x = 2}$ (car 2 est l'abscisse de P et de M)



2)

P (4 ; − 5) et M (− 2 ; − 5) P et M ont la même ordonnée.
La droite (PM) est donc parallèle à l'axe des abscisses.

Elle admet donc une équation réduite de la forme y = b. Ici : $\boxed{y = -5}$ (car − 5 est l'ordonnée de P et de M)

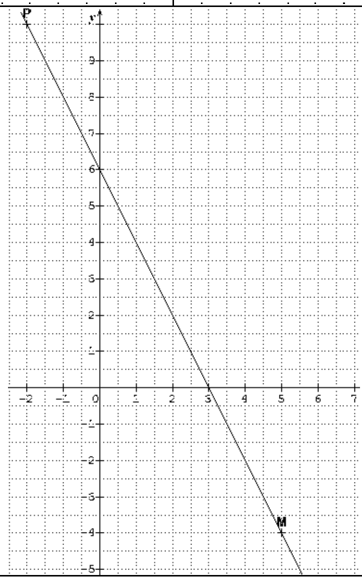


3)
P (− 2 ; 10) et M (5 ; − 4). P et M n'ont ni la même abscisse ni la même ordonnée.
Donc (PM) admet une équation de la forme y = ax + b avec a ≠ 0.

<u>Calcul de a</u> : $a = \dfrac{y_M - y_P}{x_M - x_P} = \dfrac{-4 - 10}{5 - (-2)} = \dfrac{-14}{7} = -2$

Donc (PM) admet une équation de la forme y = − 2x + b.
Calcul de b : P ∈ (PM) donc $y_P = 2 \times x_P + b$ soit $10 = -2 \times (-2) + b$
Soit 10 − 4 = b soit b = 6.

(PM) a pour équation réduite $\boxed{y = -2x + 6}$



<u>Exercice 3</u> :

$(S_1)\begin{cases} -3x + 2y = 12 \\ 9x - 6y = -36 \end{cases}$ $(S_2)\begin{cases} -\dfrac{1}{3}x + y = 3 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$ $(S_3)\begin{cases} x - 3y = -11 \\ -2x + y = 7 \end{cases}$

1-a) Le couple (0 ; 6) est-il solution de (S_1) ?
$-3 \times 0 + 2 \times 6 = 12$, première égalité vraie.
$9 \times 0 - 6 \times 6 = -36$, seconde égalité vraie. **<u>Le couple (0,6) est solution de (S_1)</u>**

Le couple (0 ; 6) est-il solution de (S_2) ?
$-\dfrac{1}{3} \times 0 + 6 = 6$. $6 \neq 3$. **<u>Le couple (0 ; 6) n'est pas solution de (S_2)</u>**

Le couple (0 ; 6) est-il solution de (S_3) ?
$0 - 3 \times 6 = -18$. $-18 \neq -11$ **<u>Le couple (0 ; 6) n'est pas solution de (S_3).</u>**

b) Le couple (− 2 ; 3) est-il solution de (S_1) ?
$-3 \times (-2) + 2 \times 3 = 6 + 6 = 12$. Première égalité vraie.
$9 \times (-2) - 6 \times 3 = -18 - 18 = -36$. Seconde égalité vraie. **<u>Le couple (− 2 ; 3) est solution de (S_1).</u>**

Le couple (− 2 ; 3) est-il solution de (S_2) ?
$-\dfrac{1}{3} \times (-2) + 3 = \dfrac{2}{3} + 3 = \dfrac{11}{3}$. $\dfrac{11}{3} \neq 3$ **<u>Le couple (− 2 ; 3) n'est pas solution de (S_2).</u>**

Le couple (− 2 ; 3) est-il solution de (S_3) ?
$-2 - 3 \times 3 = -2 - 9 = -11$. Première égalité vraie.
$-2 \times (-2) + 3 = 4 + 3 = 7$. Seconde égalité vraie. **<u>Le couple (− 2 ; 3) est solution de (S_3)</u>**

c) Le couple (1 ; 4) est-il solution de (S_1) ?
$-3 \times 1 + 2 \times 4 = -3 + 8 = 5$. $5 \neq 12$. Donc **<u>le couple (1 ; 4) n'est pas solution de (S_1).</u>**

Le couple (1 ; 4) est-il solution de (S_2) ?

$-\frac{1}{3}\times 1+4=-\frac{1}{3}+\frac{12}{3}=\frac{11}{3}$ $\qquad \frac{11}{3}\neq 3.$ $\qquad$ Donc **<u>le couple (1 ; 4) n'est pas solution de (S_2).</u>**

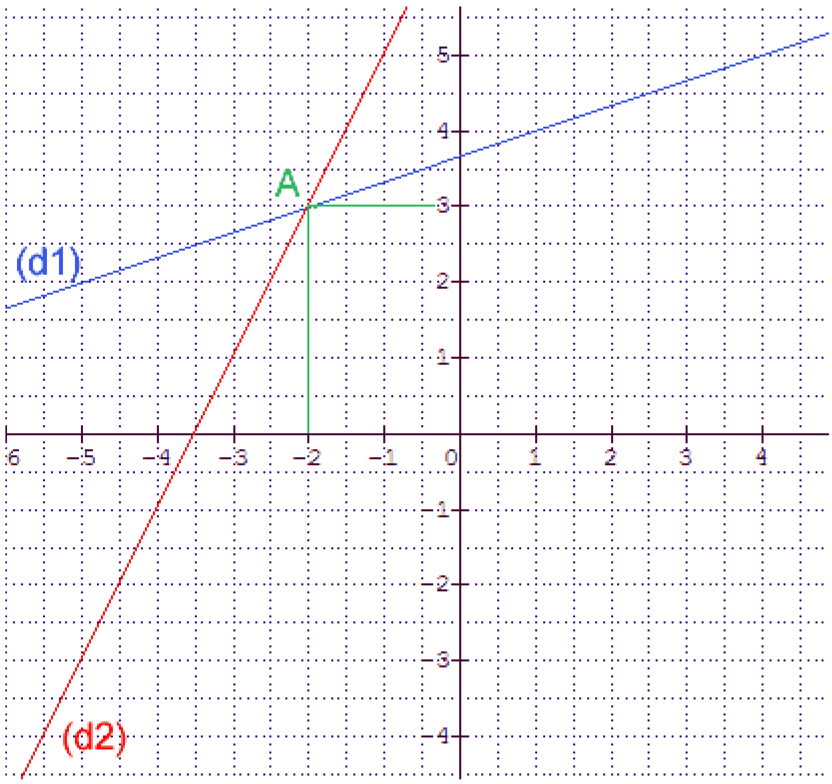
Le couple (1 ; 4) est-il solution de (S_3) ?
$1-3\times 4=-1-12=-11$. Première égalité vraie.
$-2\times 1+4=-2+4=2$. $2\neq 7$. Seconde égalité fausse. **<u>Le couple (1 ; 4) n'est pas solution de (S_3).</u>**

2- a) $x-3y=-11 \quad\Leftrightarrow\quad -3y=-x-11 \quad\Leftrightarrow\quad \boxed{y=\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}}$ équation réduite de (d_1)

$-2x+y=7 \quad\Leftrightarrow\quad \boxed{y=2x+7}$ équation réduite de (d_2)

b) (d_1) et (d_2) sont sécantes et les coordonnées de leur point d'intersection (que nous choisissons d'appeler A) sont (– 2 ; 3)

Le système (S_3) d'après le graphique, n'admet qu'une solution qui est le couple (– 2 ; 3)



3) $-\frac{1}{3}x+y=3\Leftrightarrow y=\frac{1}{3}x+3$

$x-3y=2\Leftrightarrow -3y=-x+2\Leftrightarrow y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$

Les droites d'équations $-\frac{1}{3}x+y=3$

et $x-3y=2$ ont le même coefficient directeur, donc elles sont parallèles, mais pas la même ordonnée à l'origine, donc elles ne sont pas confondues.

Elle n'ont donc aucun point commun.
Donc le système (S_2) n'admet pas de solution.

4) $-3x+2y=12 \quad\Leftrightarrow\quad 2y=3x+12 \quad\Leftrightarrow\quad \boxed{y=\frac{3}{2}x+6}$

$9x-6y=-36 \quad\Leftrightarrow\quad -6y=-9x-36\Leftrightarrow \boxed{y=\frac{3}{2}x+6}$

Les deux équations de (S_1) ont le même forme réduite. Ce sont donc deux équations équivalentes. Donc ce sont deux équations de la même droite.
Cela signifie que les droites d'équations $-3x+2y=12$ et $9x-6y=-36$ sont confondues.
Le système (S_1) admet pour couples-solutions les coordonnées de tous les points de cette droite (il y en a une infinité).

Exemples de couples solutions de (S_1) :

Pour x = 0, $\quad y=\frac{3}{2}\times 0+6=6$ $\qquad$ (0 ; 6) est une solution de (S_1).

Pour x = 2, $\quad y=\frac{3}{2}\times 2+6=3+6=9$ $\qquad$ (2 ; 9) est solutions de (S_1)

Pour x = 4, $\quad y=\frac{3}{2}\times 4+6=6+6=12$ $\qquad$ (6 ; 12) est solution de (S_1).

Pour x = – 2, $\quad y=\frac{3}{2}\times(-2)+6=-3+6=3$ $\qquad$ (– 2 ; 3) est solution de (S_1).

Exemples de couples qui ne sont pas solutions de (S_1) :
(0 ; 3) $\qquad$ (2 ; 4) $\qquad$ (4 ; 0) $\qquad$ (– 2 ; 5)

(Il suffit de choisir pour chaque abscisse une ordonnée différente de celle trouvée précédemment)