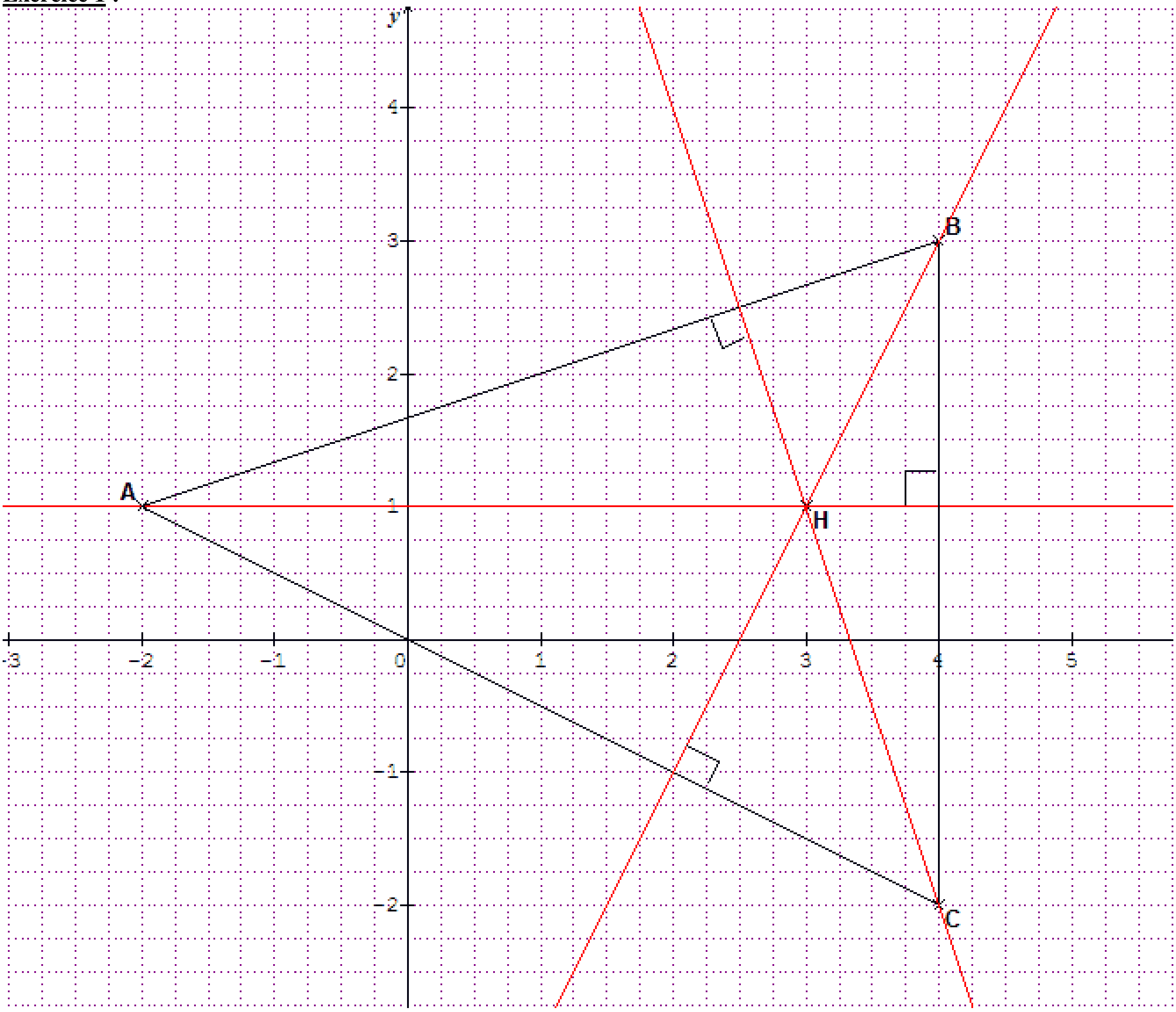
2^{nde} 3 – Corrigé du devoir-Maison n°8

Exercice 1 :



1) A (– 2 ; 1)   B (4 ; 3)   C (4 ; – 2)

2) Equation réduite de (AB) :
A et B n'ont ni la même abscisse ni la même ordonnée.
(AB) admet donc une équation réduite de la forme y = mx + p

$m = \dfrac{3-1}{4-(-2)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

$3 = \dfrac{1}{3} \times 4 + p \Leftrightarrow \dfrac{9}{3} - \dfrac{4}{3} = p \Leftrightarrow p = \dfrac{5}{3}$

L'équation réduite de (AB) est

$\boxed{y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{5}{3}}$

Equation réduite de (BC).

B et C ont la même abscisse : 4, mais pas la même ordonnée.
La droite (BC) est donc parallèle à l'axe des ordonnées et admet donc une équation de la forme x = c.

Comme l'abscisse de B et de C est 4, l'équation réduite de la droite (BC) est $\boxed{x = 4}$.

Equation réduite de (AC) :

A et C n'ont ni la même abscisse ni la même ordonnée.
La droite (AC) admet donc une équation de la forme y = ax = b.

$a = \dfrac{-2-1}{4-(-2)} = -\dfrac{3}{6} = -\dfrac{1}{2}$

$-2 = -\dfrac{1}{2} \times 4 + b \Leftrightarrow -2 = -2 + b \Leftrightarrow b = 0$

L'équation réduite de (AC) est $y = -\dfrac{1}{2}x$.

3) H (3 ; 1)
4) (AH) est perpendiculaire à (BC) qui est parallèle à l'axe des ordonnées.
Donc (AH) est parallèle à l'axe des abscisses. Son équation réduite est donc de la forme y = b'.
Comme (AH) passe par A d'ordonnée 3, l'équation réduite de (AH) est $\boxed{y = 1}$.

5) (CH) est perpendiculaire à (AB) dont le coefficient directeur est $\dfrac{1}{3}$.

Comme on est en repère orthonormé, le coefficient de (CH) sera alors – 3, comme $\frac{1}{3} \times (-3) = -1$.

Une équation de (CH) sera de la forme $y = -3x + p'$.
$C(4;-2) \in (CH)$ donc $-2 = -3 \times 4 + p' \Leftrightarrow -2 = -12 + p' \quad \Leftrightarrow \quad 10 = p'$.
L'équation réduite de (CH) est $\boxed{y = -3x + 10}$

6) Le système (S) est constitué des équations de (AH) et (CH).
Comme (AH) et (CH) sont sécantes en H, la solution (unique) du système sera le couple de coordonnées de H, soit (3 ; 1).

Résolvons (S) par substitution.

$$(S)\begin{cases} y = 1 \\ y = -3x + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 1 = -3x + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ -9 = -3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases} \qquad S = \{(3;1)\}$$

<u>Exercice 2</u> :

$$(S_1)\begin{cases} -5x + y = 10 \\ x - 0{,}2\,y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 1 & -0{,}2 \end{vmatrix} = (-5) \times (-0{,}2) - 1 \times 1 = 0$$

(S_1) admet donc soit 0 solution, soit une infinité de solutions.

$$-\frac{5}{1} = \frac{1}{-0{,}2} = -5$$

Mais $\frac{10}{2} = 5$

Les coefficients – 5 ; 1 ; 10 ne sont pas proportionnels à 1 ; – 0,2 ; 2.
(S_1) n'a donc pas de solution.
$S = \varnothing$

$$(S_3)\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{4} \\ 2x + y = 1{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \times 1 - 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

(S_3) admet donc soit 0 solution, soit une infinité de solutions.

Or $\frac{\frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{6} \qquad \frac{\frac{1}{6}}{1} = \frac{1}{6} \qquad \frac{\frac{1}{4}}{1{,}5} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2 \times 3} = \frac{1}{6}$

Les coefficients $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{4}$ sont proportionnels aux coefficients 2 ; 1 ; 1,5
Donc le système (S_3) admet une infinité de solutions.

$$(S_2)\begin{cases} -2x + 3y = -17 & L_1 \\ 8x + 9y = 5 & L_2 \end{cases} \qquad \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \times 9 - 8 \times 3 = -18 + 24 = 6 \quad 6 \neq 0$$

Donc (S_2) admet une solution unique.

$$(S_2) \Leftrightarrow \begin{cases} -14x = -56 & L_1 \leftarrow 3L_1 - L_2 \\ 21y = -63 & L_2 \leftarrow 4L_1 + L_2 \end{cases} \qquad (S_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases} \qquad \mathbf{S = \{(4;-3)\}}$$

Exercice 3 : Soit x le prix d'un disque en € et y celui d'un livre.
Le prix de 4 disques et 5 livres est 4x + 5y, mais aussi 109,5, puisqu'il manquerait 9,5 € à Perrine, qui en a 100, pour acheter 4 disques et 5 livres. On a donc $\boxed{4x + 5y = 109{,}5}$
Le prix de 3 disques et 4 livres est 3x + 4y, mais aussi 84 €, puisqu'il resterait 16 € à Perrine si elle achetait 3 disques et 4 livres. On a donc : $\boxed{3x + 4y = 84}$

Résolvons le système $(S)\begin{cases} 4x + 5y = 109{,}5 \\ 3x + 4y = 84 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 \times 4 - 5 \times 3 = 16 - 15 = 1$

$1 \neq 0$ donc le système (S) admet un unique couple (x,y) solution.