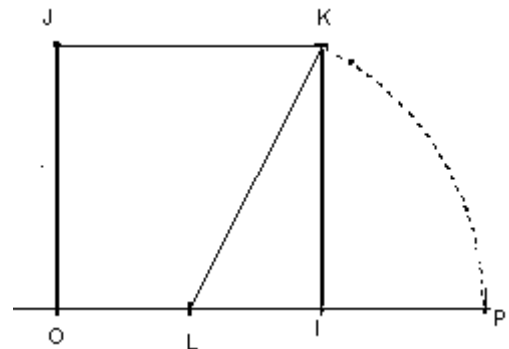


2nde 3 – Devoir Maison n°3 de mathématiques - pour le lundi 12 novembre 2007

Exercice 1 : Quelques propriétés calculatoires du nombre d'or noté ϕ (phi).

ϕ est un irrationnel dont la valeur est $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

1- Construction géométrique du nombre d'or.
OIKJ est un carré de côté 1 et L le milieu de [OI]
P est l'intersection de la demi-droite [OI] avec le cercle de centre L passant par K.



a) Calculer la valeur exacte de LK /3

b) En déduire que $OP = \phi$ /0,5

2- Prouver que $\phi - 1 = \frac{1}{\phi}$ /1,5

Exercice 2 : Angèle la fermière, va au marché avec un gros panier rempli d'oeufs.

Légèrement maladroite, elle commence par casser le cinquième des oeufs contenus dans son panier. Puis elle vend le tiers des oeufs que contenait son panier avant la casse. Les affaires n'étant pas bonnes, Angèle décide de donner le septième des oeufs qui lui restent et repart alors chez elle avec 48 oeufs dans son panier. Combien Angèle avait-elle d'oeufs en allant au marché ? 4 points

Exercice 3 : 1- Pierre De Fermat pensait que tous les nombres de la forme $2^{2^n} + 1$ où n est un entier naturel étaient premiers.

a) vérifier que ce résultat est vrai pour les valeurs suivantes de n : 0 1 2 3 /2

b) Démontrer que $2^{2^5} + 1$ est divisible par 641. Le résultat annoncé par Pierre de Fermat est-il vrai ? /1,5

2- On appelle nombres de Mersenne les nombres de la forme $2^n - 1$ où n est un entier naturel. Est ce que tous les nombres de Mersenne sont des nombres premiers ? Justifier. /2

Exercice 4 : 1) Prouvez que $x^2 - 28x + 192 = (x-14)^2 - 4$ /1

2) Factoriser $(x-14)^2 - 4$ /1

3) C est un demi cercle de diamètre [AB] et de rayon 10. On veut trouver un point M de C tel que $MA+MB=28$. Quelle doit être la distance AM ? /3

Piste : On considère que le problème est résolu, donc qu'on a $AM + MB = 28$.

On pose $AM = x$. Exprimer MB en fonction de x. Mettre en équation. Il y a deux solutions.

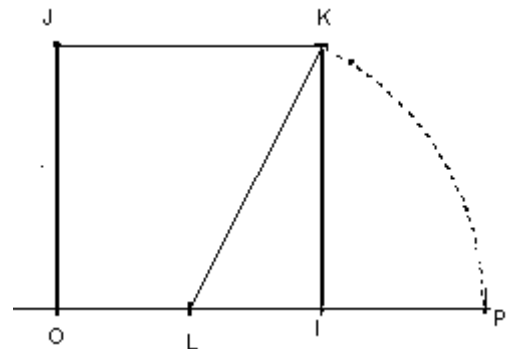
Barème sur 20,5 : 5 + 4 + 5,5 + 5 + 1 point pour le respect des consignes de présentation de la copie, la lisibilité et la clarté. Les élèves obtenant plus de 20 points auront la note 20/20.

2nde 3 – Devoir Maison n°3 de mathématiques - pour le lundi 12 novembre 2007

Exercice 1 : Quelques propriétés calculatoires du nombre d'or noté φ (phi).

φ est un irrationnel dont la valeur est $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

1- Construction géométrique du nombre d'or.
OIKJ est un carré de côté 1 et L le milieu de [OI]
P est l'intersection de la demi-droite [OI] avec le cercle de centre L passant par K.



a) Calculer la valeur exacte de LK

/3

b) En déduire que $LP = \varphi$

/0,5

2- Prouver que $\varphi - 1 = \frac{1}{\varphi}$

/1,5

Exercice 2 : Angèle la fermière, va au marché avec un gros panier rempli d'oeufs.

Légèrement maladroite, elle commence par casser le cinquième des oeufs contenus dans son panier. Puis elle vend le tiers des oeufs que contenait son panier avant la casse. Les affaires n'étant pas bonnes, Angèle décide de donner le septième des oeufs qui lui restent et repart alors chez elle avec 48 oeufs dans son panier. Combien Angèle avait-elle d'oeufs en allant au marché ?

4 points

Exercice 3 : 1- Pierre De Fermat pensait que tous les nombres de la forme $2^{2^n} + 1$ où n est un entier naturel étaient premiers.

a) vérifier que ce résultat est vrai pour les valeurs suivantes de n : 0 1 2 3

/2

b) Démontrer que $2^{2^5} + 1$ est divisible par 641. Le résultat annoncé par Pierre de Fermat est-il vrai ?

/1,5

2- On appelle nombres de Mersenne les nombres de la forme $2^n - 1$ où n est un entier naturel. Est ce que tous les nombres de Mersenne sont des nombres premiers ? Justifier. **/2**

Exercice 4 : 1) Prouvez que $x^2 - 28x + 192 = (x-14)^2 - 4$

/1

2) Factoriser $(x-14)^2 - 4$

/1

3) C est un demi cercle de diamètre [AB] et de rayon 10. On veut trouver un point M de C tel que $MA+MB=28$. Quelle doit être la distance AM ?

/3

Piste : On considère que le problème est résolu, donc qu'on a $AM + MB = 28$.

On pose $AM = x$. Exprimer MB en fonction de x. Mettre en équation. Il y a deux solutions.

Barème sur 20,5 : 5 + 4 + 5,5 + 5 + 1 point pour le respect des consignes de présentation de la copie, la lisibilité et la clarté. Les élèves obtenant plus de 20 points auront la note 20/20.