2nde 3 – Corrigé du devoir maison de mathématiques n°8 – Sujet 1

<u>Exercice 1</u> : Réponse (a).

On peut par exemple calculer le coefficient directeur $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-3-7}{0-2} = \dfrac{-10}{-2} = 5$

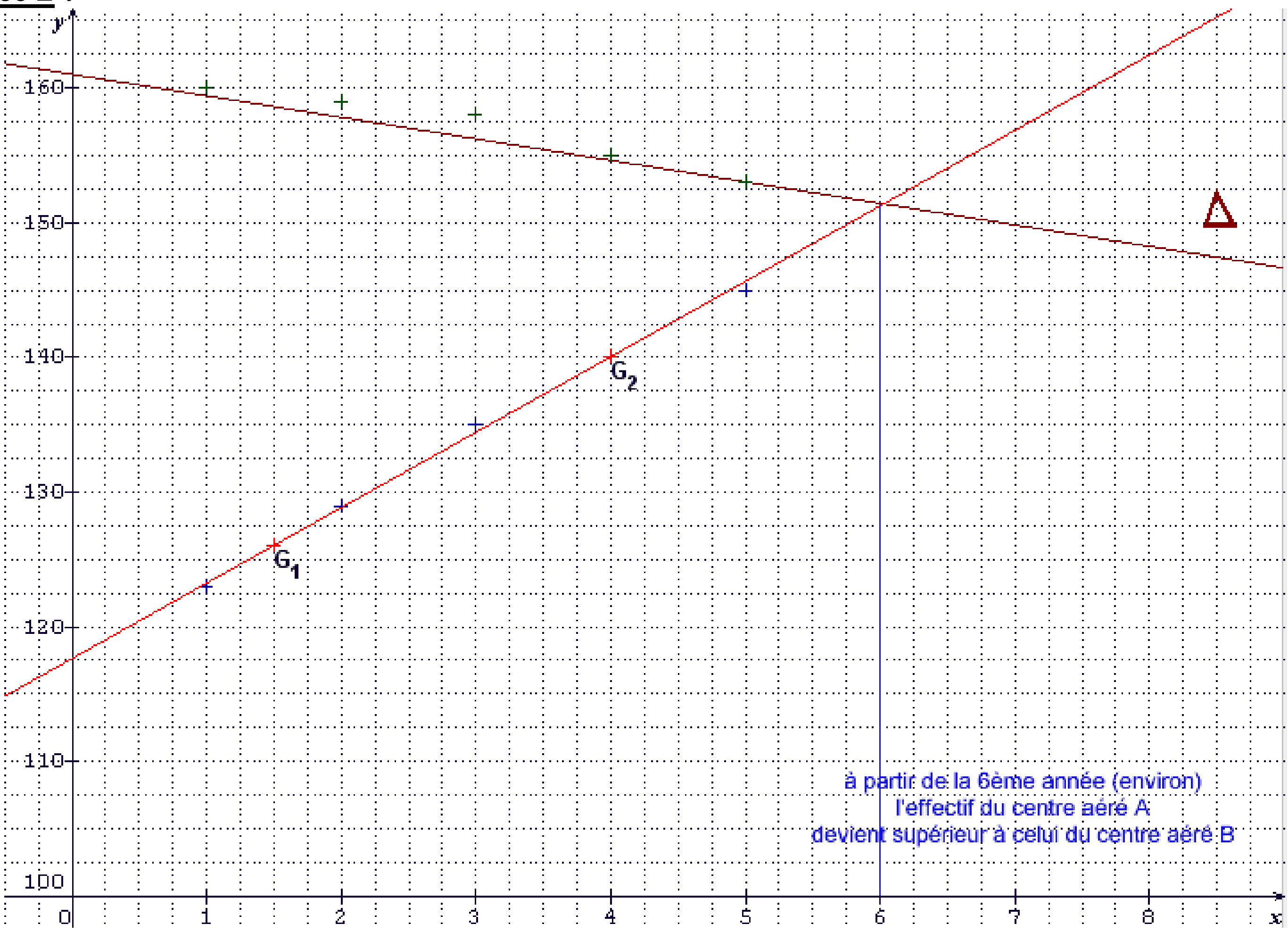
(seule la réponse (a) propose un coefficient directeur de 5)

On peut aussi vérifier que $y_A = 5\,x_A - 3$ soit $7 = 5 \times 2 - 3$ (vrai) donc A appartient à la droite d'équation y=5x-3
Et $y_B = 5\,x_B - 3$ soit $-3 = 5 \times 0 - 2$ (vrai aussi) donc B appartient aussi à cette drtoie.

<u>Exercice 2</u> :

Partie A

1)



2) a) Coordonnées du point G_1 : $x = \dfrac{1+2}{2} = 1{,}5$ $\quad y = \dfrac{123+129}{2} = 126$ $\quad G_1\,(\,1{,}5\,;\,126\,)$

Coordonnées du point G_2 : $x = \dfrac{3+4+5}{3} = 4$ $\quad y = \dfrac{135+140+145}{3} = 140$ $\quad G_2\,(\,4\,;\,140\,)$

b) G_1 et G_2 n'ayant ni la même abscisse, ni la même ordonnée, la droite (G_1G_2) admet une équation réduite de la forme y = mx + p.

Calcul du coefficient directeur m : $m = \dfrac{y_{G2} - y_{G1}}{x_{G2} - x_{G1}} = \dfrac{140-126}{4-1{,}5} = \dfrac{14}{2{,}5} = \boxed{5{,}6}$

Calcul de l'ordonnée à l'origine p : On sait que $y_{G1} = 5{,}6 \times x_{G1} + p$ car $G_1 \in (G_1G_2)$

Donc $126 = 5{,}6 \times 1{,}5 + p$ soit $126 = 8{,}4 + p$ donc $p = 126 - 8{,}4 = \boxed{117{,}6}$

L'équation réduite de la droite (G_1G_2) est $\boxed{y = 5{,}6\,x + 117{,}6}$

Partie B : 2) Pour tracer (Δ) on peut choisir deux points : par exemple (0 ; 161) et (5 ; 153)
En effet : $-1{,}6 \times 0 + 161 = 161$ et $-1{,}6 \times 5 + 161 = 153$.

3) Par lecture graphique : à partir de la $6^{\text{ème}}$ année (où les effectifs du centre aéré A et du centre aéré B seront égaux), l'effectif du centre aéré A deviendra supérieur à celui du centre aéré B.

Calcul de l'effectif à l'année 6 pour le centre aéré A : $5{,}6 \times 6 + 117{,}6 = 151{,}2 \approx 151$ enfants
Calcul de l'effectif à l'année 6 pour le centre aéré B : $-1{,}6 \times 6 + 161 = 151{,}4 \approx 151$ enfants

<u>Exercice 3</u> : extrait du manuel de $1^{\text{ère}}$ ST2S Nathan.

Nommons x le prix d'une boîte B_1 en € et y celui d'une boîte B_2.
12 boîtes B_1 coûtent 12 x €.
30 boîtes B_2 coûtents 30y €.
Donc 12 boîtes B_1 et 30 boîtes B_2 coûtent 12x + 30 y € ou 170,40 €.
On a donc : $\boxed{12x + 30y = 170{,}4}$
25 boîtes B_1 coûtent 25x €.
20 boîtes B_2 coûtent 20x €.
25 boîtes B_1 et 20 boîtes B_2 coûtent 25x + 20y € ou 176,50 €.
On a donc : $\boxed{25x + 20y = 176{,}50}$

Résolvons le système (S) $\begin{cases} 12x + 30y = 170{,}4 & \mathbf{L_1} \\ 25x + 20y = 176{,}50 & \mathbf{L_2} \end{cases}$

(S) $\Leftrightarrow \begin{cases} -51\,x = -188{,}7 \\ 510\,y = 2142 \end{cases}$ $\begin{cases} \mathbf{L_1 \leftarrow 2L_1 - 3L_2} \\ \mathbf{L_2 \leftarrow 25L_1 - 12L_2} \end{cases}$ (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3{,}7 \\ y = 4{,}2 \end{cases}$ **S = { (3,7 ; 4,2)}**

Une boîte B_1 coûte 3,70 € et une boîte B_2 4,20 €.

2nde 3 – Corrigé du devoir maison de mathématiques n°8 – Sujet 2

Exercice 1 : 1)

Point	A	B	C	D	O	M	K	I
Abscisse	0	4	4	0	2	– 2	4	4/3
Ordonnée	0	0	4	4	2	6	– 4	4/3

En effet :

$\overrightarrow{AA} = \vec{0} = 0\ \vec{i} + 0\ \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = 4\ \vec{i} = 4\ \vec{i} + 0\ \vec{j}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 4\ \vec{i} + 4\ \vec{j}$ car ABCD est un carré donc un parallélogramme.

$\overrightarrow{AD} = 4\ \vec{j} = 0\ \vec{i} + 4\ \vec{j}$

$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(4\ \vec{i} + 4\ \vec{j}) = 2\ \vec{i} + 2\ \vec{j}$ car O est le milieu de [AC]

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OD}$ car M est le symétrique de O par rapport à D.

$= \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ car O est le milieu de [BD]

$= \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD})$ d'après la relation de Chasles.

$= \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$

$= -\frac{1}{2}\times 4\ \vec{i} + \frac{3}{2}\times 4\ \vec{j}$

$= -2\ \vec{i} + 6\ \vec{j}$

$\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AO}$ car I est le centre de gravité de ABD et se trouve donc aux $\frac{2}{3}$ de sa médiane AO.

$= \frac{2}{3}\times(2\ \vec{i} + 2\ \vec{j})$ (voir calcul des coordonnées de $\overrightarrow{AO}$)

$= \frac{4}{3}\ \vec{i} + \frac{4}{3}\ \vec{j}$

2) a) Trouvons une équation de (MI). M (– 2 ;6) I ($\frac{4}{3}$; $\frac{4}{3}$).

$x_M \neq x_I$ et $y_M \neq y_I$ donc la droite (MI) admet une équation réduite de la forme y = mx + p.

Calcul du coefficient directeur :

$$m = \frac{y_I - y_M}{x_I - x_M} = \frac{\frac{4}{3} - 6}{\frac{4}{3} - (-2)} = \frac{\frac{4}{3} - \frac{18}{3}}{\frac{4}{3} + \frac{6}{3}} = -\frac{14}{10} = -1,4$$

Calcul de l'ordonnée à l'origine :

On a $y_M = -1,4\ x_M + p$ donc $6 = -1,4 \times (-2) + p$

Soit 6 = 2,8 + p soit p = 6 – 2,8 = 3,2

L'équation réduite de la droite (MI) est $\boxed{y = -1,4\ x + 3,2}$

Trouvons les coordonnées de Q. Q est l'intersection de (AB) et de (MI).

(AB) est l'axe des abscisses, donc $y_Q = 0$.

Q appartient à (MI) donc $y_Q = -1,4\ x_Q + 3,2$

soit $0 = -1,4\ x_Q + 3,2 \Leftrightarrow 1,4\ x_Q = 3,2 \Leftrightarrow x_Q = \frac{3,2}{1,4} = \frac{32}{14} = \frac{16}{7}$. Donc **Q($\frac{16}{7}$;0)**

2) b) Trouvons une équation de (MC). M (− 2 ; 6)   C (4 ; 4).

$x_M \neq x_C$ et $y_M \neq y_C$. Donc (MC) admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$.

Calcul du coefficient directeur : $m = \dfrac{y_C - y_M}{x_C - x_M} = \dfrac{4-6}{4-(-2)} = -\dfrac{2}{6} = -\dfrac{1}{3}$

Calcul de l'ordonnée à l'origine : $y_C = -\dfrac{1}{3}x_C + p$ soit $4 = -\dfrac{1}{3} \times 4 + p$ (E)

(E) $\Leftrightarrow 4 = -\dfrac{4}{3} + p \Leftrightarrow \dfrac{12}{3} + \dfrac{4}{3} = p \Leftrightarrow p = \dfrac{16}{3}$

L'équation réduite de (MC) est donc $\boxed{y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{16}{3}}$

Trouvons les coordonnées de P : P ∈ (AD) et (AD) est l'axe des ordonnées, donc $x_P = 0$.

P ∈ (MC) donc $y_P = -\dfrac{1}{3}x_P + \dfrac{16}{3}$ donc $y_P = -\dfrac{1}{3} \times 0 + \dfrac{16}{3}$ donc $y_P = \dfrac{16}{3}$. **P (0 ; $\dfrac{16}{3}$)**

2) c) Montrons que K, Q, P sont alignés.

Calculons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KQ}$:

$\overrightarrow{KQ}\,(x_Q - x_K \,;\, y_Q - y_K)$ $\overrightarrow{KQ}\,(\dfrac{16}{7} - 4 \,;\, 0 - (-4))$ $\overrightarrow{KQ}\,(\dfrac{16}{7} - \dfrac{28}{7} \,;\, 4)$ **$\overrightarrow{KQ}\,(-\dfrac{12}{7} \,;\, 4)$**

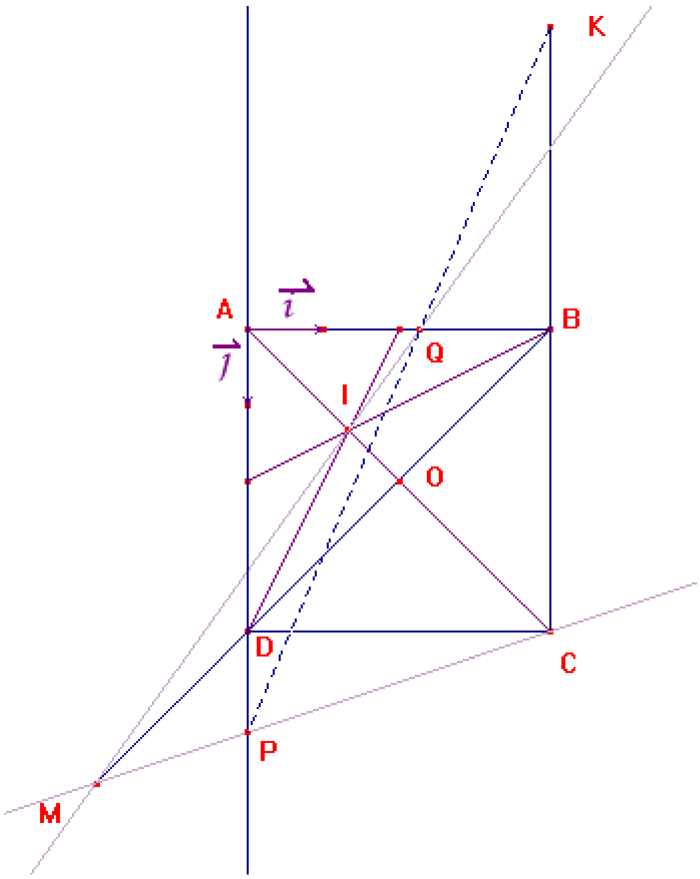
Calculons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KP}$:

$\overrightarrow{KP}\,(x_P - x_K \,,\, y_P - y_K)$ $\overrightarrow{KP}\,(0 - 4 \,;\, \dfrac{16}{3} - (-4))$ $\overrightarrow{KP}\,(-4 \,;\, \dfrac{16}{3} + \dfrac{12}{3})$ **$\overrightarrow{KP}\,(-4 \,;\, \dfrac{28}{3})$**

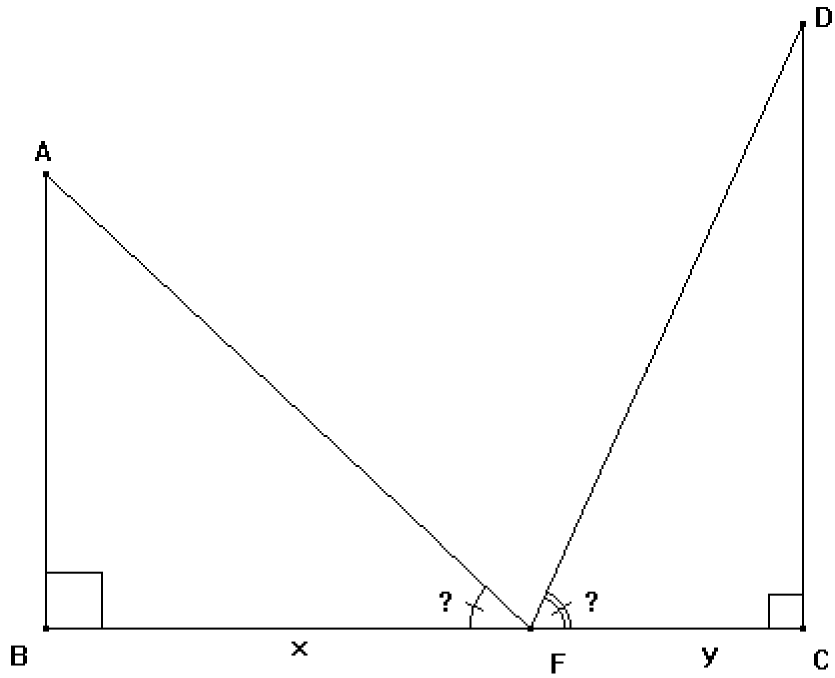
Calculons le déterminant formé par les coordonnées de $\overrightarrow{KQ}$ et $\overrightarrow{KP}$:

$$\begin{vmatrix} -\dfrac{12}{7} & -4 \\ 4 & \dfrac{28}{7} \end{vmatrix} = -\dfrac{12}{7} \times \dfrac{28}{3} - 4 \times (-4) = -\dfrac{3 \times 4 \times 7 \times 4}{3 \times 7} + 16 = -16 + 16 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{KQ}$ et $\overrightarrow{KP}$ sont colinéaires, donc les points K, Q, P sont alignés.   **CQFD**.



Exercice 2 : On nomme les différents points de la figure (cf : figure).



On souhaite calculer la longueur $x = BF$ et la longueur $y = FC$. (en pas)

En appliquant le théorème de Pythagore au triangle ABF rectangle en B, on a :
$AF^2 = AB^2 + BF^2$ soit $AF^2 = 30^2 + x^2$ soit $\boxed{AF^2 = 900 + x^2}$

En appliquant le théorème de Pythagore au triangle FCD rectangle en C, on a :
$DF^2 = DC^2 + FC^2$ soit $DF^2 = 40^2 + y^2$ soit $\boxed{DF^2 = 1600 + y^2}$

Comme les distances AF et DF sont égales (hypothèse des oiseaux), on a $AF^2 = DF^2$
Et donc $900 + x^2 = 1600 + y^2 \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 1600 - 900 \Leftrightarrow \boxed{(x + y)(x - y) = 700}$ (1)

On sait de plus que $x + y = BF + FC = BC = 50$.
En remplaçant $x + y$ par 50 dans (1), on obtient : $50(x - y) = 700 \Leftrightarrow x - y = \dfrac{700}{50} = 14$

Résolvons alors le système $\begin{cases} x + y = 50 & \mathbf{L_1} \\ x - y = 14 & \mathbf{L_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 64 & \mathbf{L_1 \leftarrow L_1 + L_2} \\ 2y = 36 & \mathbf{L_2 \leftarrow L_1 - L_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 18 \end{cases}$

$S = \{ (32 ;18) \}$. La fontaine se trouve à $\boxed{32}$ pas de la plus petite tour et à $\boxed{18}$ pas de la plus haute.

<u>Calcul de l' angle $\widehat{BFA}$</u> . $\tan \widehat{BFA} = \dfrac{BA}{BF} = \dfrac{30}{32} = \dfrac{15}{16}$. $\widehat{BFA} = \text{Arctan}(15/16) \approx 43,15°$

Calcul de l'angle $\widehat{CFD}$. $\text{Tan}\ \widehat{CFD} = \dfrac{CD}{CF} = \dfrac{40}{18} = \dfrac{20}{9}$. $\widehat{CFD} = \text{Arctan}(20/9) \approx 65,77°$.

Depuis la fontaine, on voit donc la petite tour avec un angle de $\boxed{43,15°}$ environ et la grande tour avec un angle de $\boxed{65,77°}$.