

Premier exercice : n°10 feuille 14.

8 points

ABC est un triangle. Plaçons les points M et N tels que :

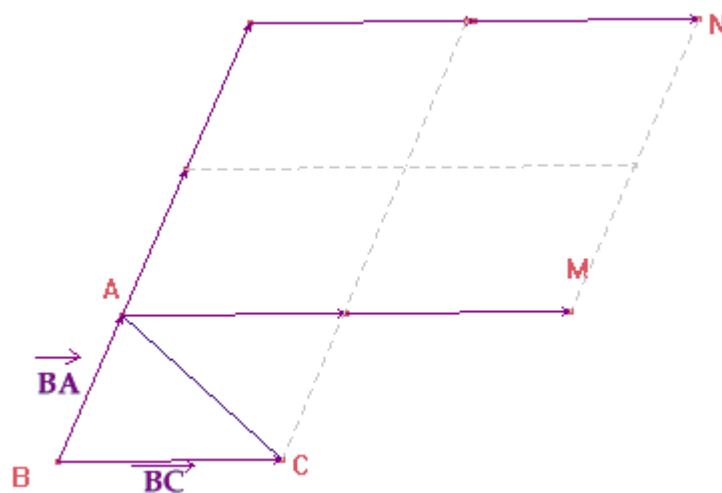
a) $2 \vec{MC} - \vec{MB} = \vec{AB}$ b) $\vec{NB} - 3 \vec{AB} = 2 \vec{CB}$

$$\begin{aligned}
 2 \vec{MC} - \vec{MB} &= \vec{AB} && \Leftrightarrow 2(\vec{MB} + \vec{BC}) - \vec{MB} = \vec{AB} \text{ d'après la relation de Chasles} \\
 &&& \Leftrightarrow 2 \vec{MB} + 2 \vec{BC} - \vec{MB} = \vec{AB} \\
 &&& \Leftrightarrow \vec{MB} = \vec{AB} - 2 \vec{BC} \\
 &&& \Leftrightarrow \vec{BM} = -\vec{AB} + 2 \vec{BC}
 \end{aligned}$$

/3

$$\begin{aligned}
 \vec{NB} - 3 \vec{AB} &= 2 \vec{CB} && \Leftrightarrow \vec{NB} = 3 \vec{AB} + 2 \vec{CB} \\
 &&& \Leftrightarrow \vec{BN} = 3 \vec{BA} + 2 \vec{BC}
 \end{aligned}$$

/2

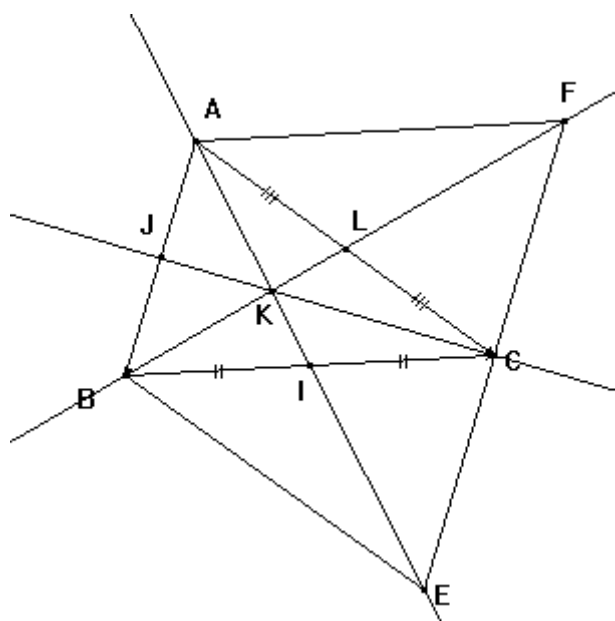


/2

Deuxième exercice : n°56 page 244 du livre

11 points

Figure : /3



1) On sait que : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D'après le cours (« caractérisation d'un parallélogramme par une somme de vecteurs), cela signifie que ABEC est un parallélogramme.

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Donc, ici, [AE] et [BC] ont le même milieu.

/2

3) ABEC est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$

/2

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC}$ donc AFCB est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FC}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FC}$ donc $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE}$ donc C est le milieu de [EF]

4) Montrons d'abord que K est le centre de gravité du triangle ABC.

/4

On sait que : [AE] et [BC] ont même milieu. Nommons I ce milieu.

(AI) est une médiane de ABEC car elle passe par un sommet (A) et le milieu du côté opposé (I)

On sait que : AFCB est un parallélogramme.

Donc [AC] et [FB] ont le même milieu que nous nommons L.

(BL) est une médiane du triangle ABC.

K est le point d'intersection de deux médianes du triangle ABC : (AI) et (BL).

Donc K est le centre de gravité du triangle ABC.

Par conséquent, (CK) ou (CJ) est la troisième médiane du triangle ABC.

C'est pourquoi J est le milieu de [AB]

+ 1 point de présentation