

2007/2008 - 2nde 3 – Corrigé du devoir surveillé n°2 – Sujet A
Vendredi 26 octobre 2007

Question de cours : Un nombre rationnel est un nombre que l'on peut écrire comme le quotient de deux entiers relatifs. L'ensemble des nombres rationnels est noté \mathbb{Q}

Exercice 1 : $A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{5}{21}}{\frac{5}{9} - \frac{1}{3}} \times \frac{\frac{2}{3} \times 7}{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}$ $B = \frac{(-12) \times 15 \times (-14) \times 35}{(-49) \times (-8) \times (-20)}$

$A = \frac{\frac{2 \times 3}{7 \times 3} + \frac{5}{21}}{\frac{5}{9} - \frac{1 \times 3}{3 \times 3}} \times \frac{\frac{14}{3}}{\frac{1 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 2}{6 \times 2}}$ $B = - \frac{4 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 2 \times 7 \times 5}{7 \times 7 \times 2 \times 4 \times 5 \times 4}$

$A = \frac{\frac{6}{21} + \frac{5}{21}}{\frac{5}{9} - \frac{3}{9}} \times \frac{\frac{14}{3}}{\frac{3}{12} - \frac{2}{12}}$ $B = - \frac{3 \times 3 \times 5}{4}$

$A = \frac{\frac{11}{21}}{\frac{2}{9}} \times \frac{\frac{14}{3}}{\frac{1}{12}}$ $B = \boxed{-\frac{45}{4}}$

$A = \left(\frac{11}{21} \times \frac{9}{2}\right) \times \left(\frac{14}{3} \times \frac{12}{1}\right)$

$A = \frac{11 \times 3 \times 3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 4}{7 \times 3 \times 2 \times 3}$

$A = 11 \times 3 \times 4$ $\boxed{A = 132}$

Exercice 2 : $C = \frac{72 \times 10^{-3} \times (2 \times 10^{-5})^3}{15 \times 10^2 \times 4 \times 10^{-6}}$

$C = \frac{72 \times 10^{-3} \times 2^3 \times 10^{-15}}{15 \times 10^2 \times 4 \times 10^{-6}}$

$C = \frac{72 \times 8}{15 \times 4} \times \frac{10^{-3} \times 10^{-15}}{10^2 \times 10^{-6}}$

$C = \frac{3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 8}{3 \times 5 \times 4} \times \frac{10^{-18}}{10^{-4}}$

$C = \frac{48}{5} \times 10^{-14}$ $C = \boxed{9,6 \times 10^{-14}}$

Exercice 3 : $D = \frac{3}{\sqrt{5} + 2} = \frac{3 \times (\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \frac{3\sqrt{5} - 6}{5 - 4} = \boxed{\frac{3\sqrt{5} - 6}{1}} = 3\sqrt{5} - 6$

$E = \frac{2\sqrt{5} + 3}{\sqrt{5} - 1} - \frac{3\sqrt{5} - 2}{1 - \sqrt{5}}$

$$E = \frac{(2\sqrt{5} + 3)(\sqrt{5} + 1)}{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)} - \frac{(3\sqrt{5} - 2)(1 + \sqrt{5})}{(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5})}$$

$$E = \frac{2 \times 5 + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3}{5 - 1} - \frac{3\sqrt{5} + 3 \times 5 - 2 - 2\sqrt{5}}{1 - 5}$$

$$E = \frac{13 + 5\sqrt{5}}{4} - \frac{13 + \sqrt{5}}{-4} = \frac{13 + 5\sqrt{5}}{4} + \frac{13 + \sqrt{5}}{4}$$

$$E = \frac{26 + 6\sqrt{5}}{4} = \boxed{\frac{13 + 3\sqrt{5}}{2}}$$

Exercice 4 : 1) Décomposer en facteurs premiers les nombres

$$7056 = 1764 \times 4 = 441 \times 4 \times 2 \times 2 = 147 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 49 \times 3 \times 3 \times 2^4$$

$$\boxed{7056 = 2^4 \times 3^2 \times 7^2}$$

$$3780 = 378 \times 10 = 189 \times 2 \times 2 \times 5 = 21 \times 9 \times 2^2 \times 5 = 7 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2^2 \times 5$$

$$\boxed{3780 = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7}$$

$$2) \text{ PGCD } (7056 ; 3780) = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$$

$$\text{PPCM. } (7056 ; 3780) = 252 \times 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 105\ 840$$

Exercice 5 : Vrai ou faux ? Justifier

1) L'opposé de $-\frac{5}{3}$ est un nombre décimal. **FAUX**. L'opposé de $-\frac{5}{3}$ est $\frac{5}{3}$ qui n'est pas décimal (la division de 5 par 3 ne « s'arrête pas »)

2) L'inverse de $-\frac{5}{3}$ est un nombre décimal **VRAI** car l'inverse de $-\frac{5}{3}$ est $-\frac{3}{5} = -0,6$

3) **VRAI** Un multiple de 5 peut s'écrire $5k$ où $k \in \mathbf{Z}$.

$(5k)^2 = 25k^2 = 5 \times (5k^2)$ avec $5k^2 \in \mathbf{Z}$ car $k \in \mathbf{Z}$. Donc $(5k)^2$ est aussi un multiple de 5.

Exercice 6 : La compagnie de taxis A fait payer 5 € de prise en charge puis 0,40 € par kilomètre parcouru. La compagnie de taxis B n'a pas de frais de prise en charge mais fait payer 0,6 € par kilomètre parcouru.

A partir de combien de kilomètres de course est-il plus intéressant financièrement de prendre un taxi de la compagnie A plutôt qu'un taxi de la compagnie B ?

Soit x le nombre de kilomètres parcourus.

La compagnie A fait payer, en euros, $\boxed{5 + 0,4x}$

Et la compagnie B $\boxed{0,6x}$

Il est plus intéressant de prendre un taxi de la compagnie A lorsque $5 + 0,4x \leq 0,6x$ (I)

$$(I) \Leftrightarrow 5 \leq 0,2x \Leftrightarrow \frac{5}{0,2} \leq x \text{ soit } x \geq 25$$

Il est plus intéressant de prendre un taxi de la compagnie A pour une course supérieure ou égale à 25 km.

2007/2008 - 2^{nde} 3 – Corrigé du devoir surveillé n°2 – Sujet B
Vendredi 26 octobre 2007

Question de cours : Un nombre rationnel est un nombre que l'on peut écrire comme le quotient de deux entiers relatif. L'ensemble des nombres rationnels est noté \mathbb{Q}

Exercice 1 : $A = \frac{\frac{3}{7} + \frac{5}{14}}{\frac{5}{4} - \frac{1}{2}} \times \frac{\frac{7}{2} \times 3}{\frac{1}{6} - \frac{1}{9}}$

$$B = \frac{(-18) \times 10 \times (-21) \times 35}{(-49) \times (-27) \times (-20)}$$

$$A = \frac{\frac{3 \times 2}{7 \times 2} + \frac{5}{14}}{\frac{5}{4} - \frac{1 \times 2}{2 \times 2}} \times \frac{\frac{21}{2}}{\frac{1 \times 3}{6 \times 3} - \frac{1 \times 2}{9 \times 2}}$$

$$B = -\frac{9 \times 2 \times 10 \times 3 \times 7 \times 5 \times 7}{7 \times 7 \times 9 \times 3 \times 2 \times 10}$$

$$A = \frac{\frac{6}{14} + \frac{5}{14}}{\frac{5}{4} - \frac{2}{4}} \times \frac{\frac{21}{2}}{\frac{3}{18} - \frac{2}{18}}$$

$$B = \boxed{-5}$$

$$A = \frac{\frac{11}{14}}{\frac{3}{4}} \times \frac{\frac{21}{2}}{\frac{1}{18}}$$

$$A = \left(\frac{11}{14} \times \frac{4}{3}\right) \times \left(\frac{21}{2} \times \frac{18}{1}\right)$$

$$A = \frac{11 \times 2 \times 2 \times 7 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2}{7 \times 2 \times 3 \times 2}$$

$$A = 11 \times 3 \times 3 \times 2 \quad A = \boxed{198}$$

Exercice 2 : $C = \frac{72 \times 10^{-6} \times (2 \times 10^{-4})^3}{45 \times 10^{-8} \times 8 \times 10^{-5}}$

$$C = \frac{72 \times 10^{-6} \times 2^3 \times 10^{-12}}{45 \times 10^{-8} \times 8 \times 10^{-5}}$$

$$C = \frac{72 \times 8}{45 \times 8} \times \frac{10^{-6} \times 10^{-12}}{10^{-8} \times 10^{-5}}$$

$$C = \frac{9 \times 8}{9 \times 5} \times \frac{10^{-18}}{10^{-13}}$$

$$C = \boxed{1,6 \times 10^{-5}}$$

Exercice 3 : $D = \frac{4}{\sqrt{10} + 3} = \frac{4 \times (\sqrt{10} - 3)}{(\sqrt{10} + 3)(\sqrt{10} - 3)} = \frac{4\sqrt{10} - 12}{10 - 9} = \boxed{4\sqrt{10} - 12}$

$$E = \frac{5\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 1} - \frac{4\sqrt{5} - 5}{1 - \sqrt{5}}$$

$$E = \frac{(5\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} + 1)}{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)} - \frac{(4\sqrt{5} - 5)(1 + \sqrt{5})}{(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5})}$$

$$E = \frac{5 \times 5 + 5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2}{5 - 1} - \frac{4\sqrt{5} + 4 \times 5 - 5 - 5\sqrt{5}}{1 - 5}$$

$$E = \frac{27 + 7\sqrt{5}}{4} - \frac{15 - \sqrt{5}}{-4}$$

$$E = \frac{27 + 7\sqrt{5}}{4} + \frac{15 - \sqrt{5}}{4}$$

$$E = \frac{42 + 6\sqrt{5}}{4}$$

$$E = \boxed{\frac{21 + 3\sqrt{5}}{2}}$$

Exercice 4 : 1) Décomposer en facteurs premiers les nombres

$$15\,876 = 3969 \times 4 = 441 \times 9 \times 2^2 = 49 \times 9 \times 3^2 \times 2^2 = 7^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 2^2$$

$$\boxed{15\,876 = 2^2 \times 3^4 \times 7^2}$$

$$2520 = 252 \times 10 = 63 \times 4 \times 2 \times 5 = 7 \times 9 \times 2^2 \times 2 \times 5 = 7 \times 3^2 \times 2^3 \times 5$$

$$\boxed{2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7}$$

$$2) \text{ PGCD } (15\,876 ; 1520) = 2^2 \times 3^2 \times 7 = \boxed{252}$$

$$\text{PPCM. } (7056 ; 3780) = 252 \times 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = \boxed{105\,840}$$

Exercice 5 : Vrai ou faux ? Justifier

1) L'opposé de $-\frac{3}{4}$ est un nombre décimal. $\boxed{\text{VRAI}}$. L'opposé de $-\frac{3}{4}$ est $\frac{3}{4} = 0,75$.

2) L'inverse de $-\frac{3}{4}$ est un nombre décimal $\boxed{\text{FAUX}}$ car l'inverse de $-\frac{3}{4}$ est $-\frac{4}{3}$

Et la division de 4 par 3 ne « s'arrête » pas.

3) $\boxed{\text{VRAI}}$ Un multiple de 3 peut s'écrire $3k$ où $k \in \mathbf{Z}$.

$(3k)^2 = 9k^2 = 3 \times (3k^2)$ avec $3k^2 \in \mathbf{Z}$ car $k \in \mathbf{Z}$. Donc $(3k)^2$ est aussi un multiple de 3.

Exercice 6 :

Soit x le nombre de kilomètres parcourus.

La compagnie A fait payer, en euros, $\boxed{6 + 0,5x}$

Et la compagnie B $\boxed{0,7x}$

Il est plus intéressant de prendre un taxi de la compagnie A lorsque $6 + 0,5x \leq 0,7x$ (I)

$$(I) \Leftrightarrow 6 \leq 0,2x \Leftrightarrow \frac{6}{0,2} \leq x \text{ soit } x \geq 30$$

Il est plus intéressant de prendre un taxi de la compagnie A pour une course supérieure ou égale à 30 km.