2nde 3 – 07/08 – Corrigé du devoir surveillé n°6 sujet A

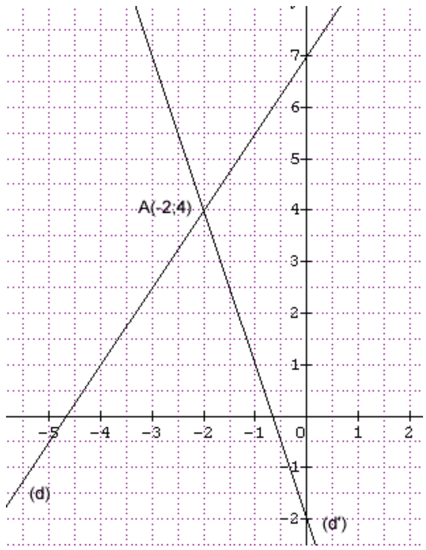
Exercice 1 :

1) (S) $\begin{cases} 3x - 2y = -14 & \color{red}{\mathbf{L_1}} \\ 6x + 2y = -4 & \color{red}{\mathbf{L_2}} \end{cases}$ (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} 9x = -18 & \color{red}{\mathbf{L_1 \leftarrow L_1 + L_2}} \\ -6y = -24 & \color{red}{\mathbf{L_2 \leftarrow 2L_1 - L_2}} \end{cases}$ (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$ **S = { (–2 ;4)}**

2) $3x - 2y = -14 \Leftrightarrow -2y = -3x - 14 \Leftrightarrow \boxed{y = \frac{3}{2}x + 7}$ ou encore $\boxed{y = 1{,}5\,x + 7}$

$6x + 2y = -4 \Leftrightarrow 2y = -6x - 4 \Leftrightarrow \boxed{y = -3x - 2}$

3) Les droites (d) et (d') se coupent bien en A(–2 ;4), dont les coordonnées sont la couple solution trouvé pour le système (S) à la question 1.



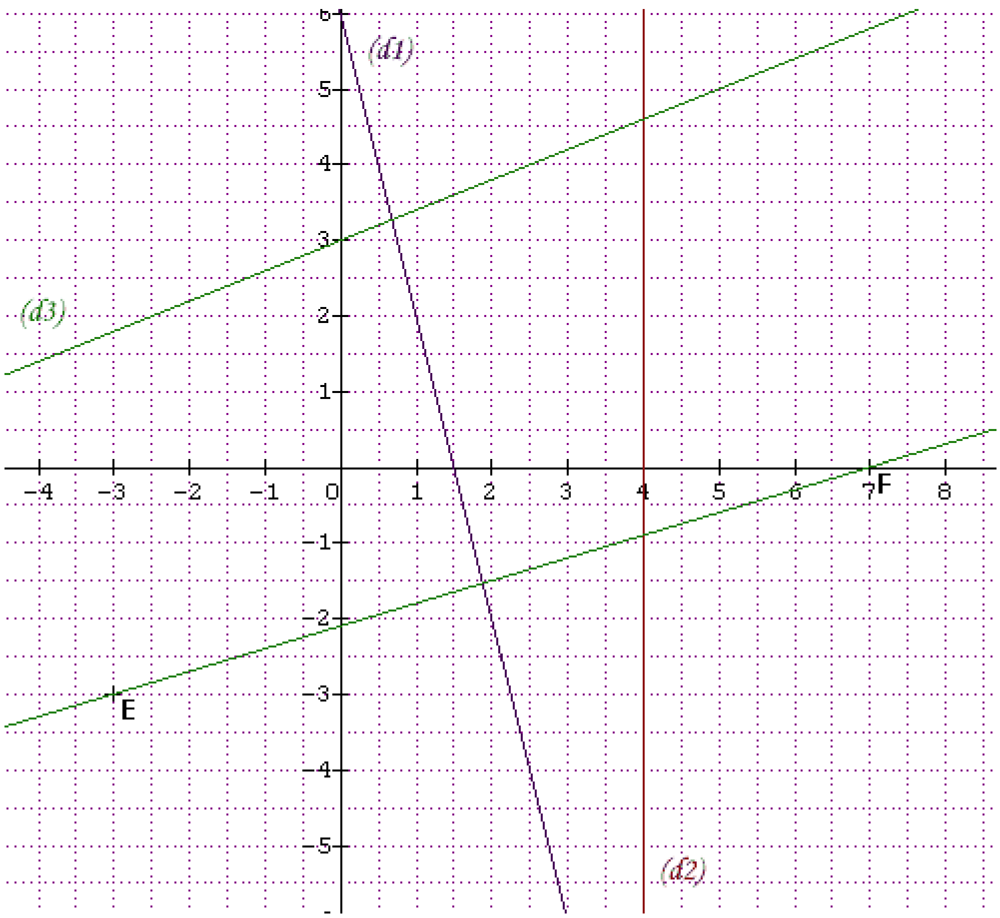
4) Pour (d) : le coefficient directeur est $\boxed{\frac{3}{2}}$

et l'ordonnée à l'origine est $\boxed{7}$.

Pour (d'), le coefficient directeur est $\boxed{-3}$

et l'ordonnée à l'origine est $\boxed{-2}$.

Exercice 2 : 1) (d_1) $y = -4x + 6$ (d_2) $x = 4$ (d_3) $y = \frac{2}{5}x + 3$



2)

E(−3 ;−3) et F(7 ;0) $x_E \neq x_F$ et $y_E \neq y_F$ donc (EF) admet une équation réduite de la forme y = mx + p .

<u>Calcul du coefficient directeur</u> : $m = \dfrac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \dfrac{0-(-3)}{7-(-3)} = \boxed{\dfrac{3}{10}} = 0{,}3$

<u>Calcul de l'ordonnée à l'origine</u> : on a y = mx + p avec $m = \dfrac{3}{10}$ et, par exemple, $y = y_F$ et $x = x_F$.

Donc : $0 = \dfrac{3}{10} \times 7 + p$ donc $p = \boxed{-\dfrac{21}{10}} = -2{,}1$

L'équation réduite de la droite (EF) est donc $\boxed{y = \dfrac{3}{10}x - \dfrac{21}{10}}$ ou encore $\boxed{y = 0{,}3\,x - 2{,}1}$

<u>Exercice 3</u> : Soir x le nombre d'iris dans le bouquet et y le nombre de roses.

Le nombre de fleurs est : x + y ou encore 30. On a donc $\boxed{x + y = 30}$.

Le prix de x iris est 1,10x €. Le prix de y roses est 1,5y €.

Donc le prix de x iris et y roses est (en €) 1,10x + 1,5y ou encore 40,20 €.

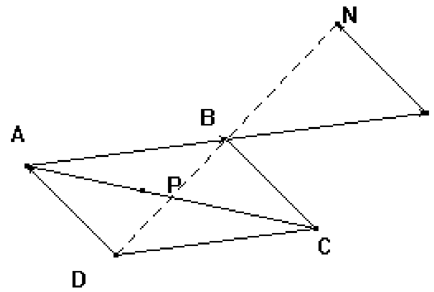
On a donc $\boxed{1{,}1\,x + 1{,}5\,y = 40{,}20}$.

Résolvons le système (S) $\begin{cases} x + y = 30 & L_1 \\ 1{,}1x + 1{,}5\,y = 40{,}2 & L_2 \end{cases}$

(S) ⇔ $\begin{cases} 0{,}4\,x = 4{,}8 & L_1 \leftarrow 1{,}5L_1 - L_2 \\ -0{,}4\,y = -7{,}2 & L_2 \leftarrow 1{,}1L_1 - L_2 \end{cases}$ (S) ⇔ $\begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases}$ S = { (12 ;18)}

Le bouquet est composé de 12 iris et de 18 roses.

<u>Exercice 4</u> :



1) $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} - 2\,\overrightarrow{ND} = \overrightarrow{0}$

Donc $\overrightarrow{NA} + (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AC}) - 2\,(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{0}$ d'après la relation de Chasles.

Donc $3\,\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 2\,\overrightarrow{NA} - 2\,\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$

Or on sait que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ car ABCD est un parallélogramme.

Donc $3\,\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - 2\,\overrightarrow{NA} - 2\,\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$

Donc $\overrightarrow{NA} + 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$

Donc $2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AN}$ soit $\boxed{\overrightarrow{AN} = 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}}$

2) $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PB} + 2\,\overrightarrow{PA}$

Donc $(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AP}) = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB}) + 2\,\overrightarrow{PA}$

d'après la relation de Chasles.

Donc $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AP} = 4\,\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$

Donc $\overrightarrow{AP} + 4\,\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

Donc $5\,\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$ car $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ car ABCD est un parallélogramme.

Donc $5\,\overrightarrow{AP} = 2\,\overrightarrow{AC}$ donc $\boxed{\overrightarrow{AP} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC}}$

3) $\overrightarrow{AP} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC}$, donc $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, donc les points A, P, C sont alignés.

4) <u>Pour prouver</u> que N, B, D sont alignés, cherchons à savoir si $\overrightarrow{NB}$ et $\overrightarrow{BD}$, par exemple, sont colinéaires.

$\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}$ d'après la relation de Chasles.

$\overrightarrow{NB} = -\,(2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AB}$ car $\overrightarrow{AN} = 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ d'après 1)

$\overrightarrow{NB} = -2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ d'après la relation de Chasles.

$\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{BD}$ donc, non seulement, N, B et D sont alignés, mais en plus, B est le milieu de [ND]

2nde 3 – 07/08 – Corrigé du devoir surveillé n°6 sujet B

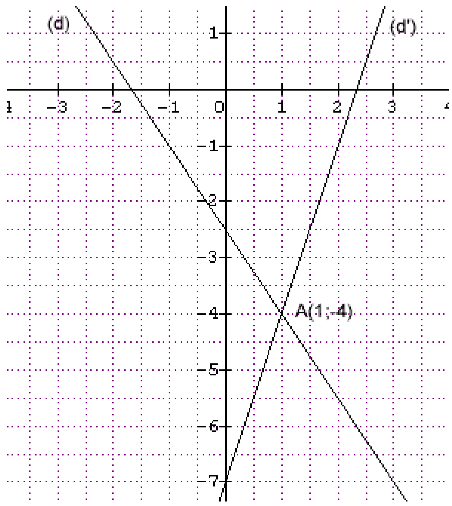
Exercice 1 :

1) (S) $\begin{cases} 3x + 2y = -5 & \color{red}{L_1} \\ 6x - 2y = 14 & \color{red}{L_2} \end{cases}$ (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 9 & \color{red}{L_1 \leftarrow L_1 + L_2} \\ 6y = -24 & \color{red}{L_2 \leftarrow 2L_1 - L_2} \end{cases}$ (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$ **S = {(1;–4)}**

2) $3x + 2y = -5 \Leftrightarrow 2y = -3x - 5 \Leftrightarrow \boxed{y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}}$ ou $\boxed{y = -1{,}5\,x - 2{,}5}$

$6x - 2y = 14 \Leftrightarrow -2y = -6x + 14 \Leftrightarrow \boxed{y = 3x - 7}$

3) A (1 ; – 4) a bien pour coordonnées le couple solution du système (S) résolu au 1)



4) Pour (d) d'équation $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$.

Son coefficient directeur est $\boxed{-\frac{3}{2}}$ ou $\boxed{-1{,}5}$

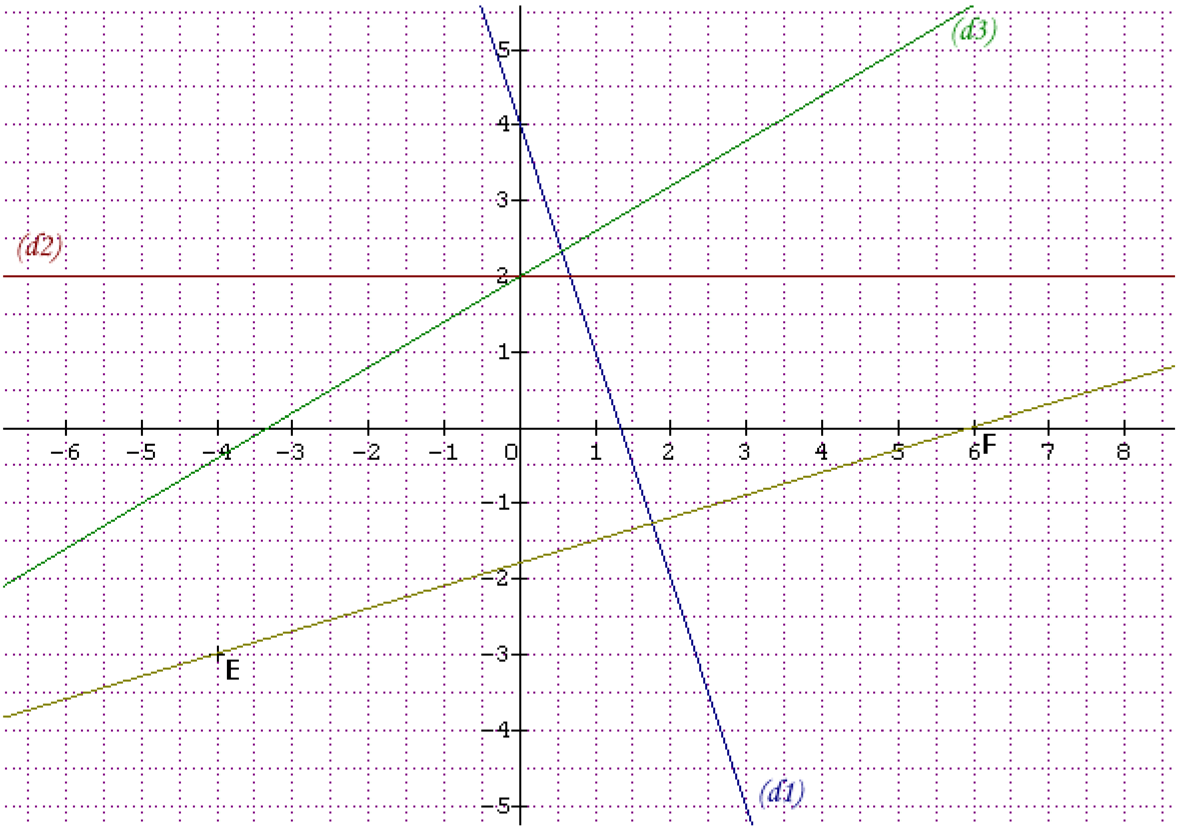
Et son ordonnée à l'origine est $\boxed{-\frac{5}{2}}$ soit $\boxed{-2{,}5}$.

Pour (d') d'équation $y = 3x - 7$

Son coefficient directeur est $\boxed{3}$

Son ordonnée à l'origine est $\boxed{-7}$.

Exercice 2 : (d_1) $y = -3x + 4$ (d_2) $y = 2$ (d_3) $y = \frac{3}{5}x + 2$



E (– 4 ; – 3) et F (6 ; 0). $x_E \neq x_F$ et $y_E \neq y_F$, donc (EF) admet une équation réduite de la forme $y = mx+p$

Calcul du coefficient directeur : $m = \frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{0 - (-3)}{6 - (-4)} = \boxed{\frac{3}{10}} = \boxed{0{,}3}$

Calcul de l'ordonnée à l'origine : On a $y = mx + p$ avec $m = \frac{3}{10}$ et, par exemple, $x = x_F$ et $y = y_F$.

Donc $0 = \frac{3}{10} \times 6 + p \Leftrightarrow 0 = \frac{18}{10} + p \;\Leftrightarrow\; p = \boxed{-\frac{18}{10}}$ ou $p = \boxed{-\frac{9}{5}}$ ou encore $p = \boxed{-1{,}8}$

L'équation réduite de la droite (EF) est donc $\boxed{y = \frac{3}{10}x - \frac{9}{5}}$ ou $\boxed{y = 0{,}3\,x - 1{,}8}$

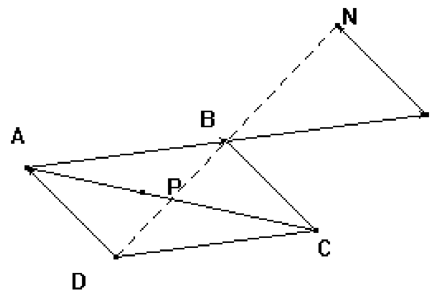
Exercice 3 : Soit x le nombre d'iris et y le nombre de roses composant le bouquet.
Le nombre total de fleurs dans le bouquet est de $x + y$ ou encore 35.
On a donc $x + y = 35$.
Le prix de x iris est 1,10x € et celui de y roses de 1,50y €.
Le prix total du bouquet est donc, en €, de 1,10x + 1,50y ou 46,10 €.
On a donc $1{,}1x + 1{,}5y = 46{,}1$

Résolvons le système (S) $\begin{cases} x + y = 35 & \mathbf{L_1} \\ 1{,}1x + 1{,}5y = 46{,}1 & \mathbf{L_2} \end{cases}$

(S) $\Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}4\,x = 6{,}4 & \mathbf{L_1 \leftarrow 1{,}5L_1 - L_2} \\ -0{,}4y = -7{,}6 & \mathbf{L_2 \leftarrow 1{,}1L_1 - L_2} \end{cases}$ (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 19 \end{cases}$ **S = {(16 ;19)}**

Le bouquet est composé de 16 iris et 19 roses.

Exercice 4 :



1) $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} - 2\,\overrightarrow{ND} = \overrightarrow{0}$
Donc $\overrightarrow{NA} + (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AC}) - 2\,(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{0}$ d'après la relation de Chasles.
Donc $3\,\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 2\,\overrightarrow{NA} - 2\,\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$
Or on sait que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ car ABCD est un parallélogramme.
Donc $3\,\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - 2\,\overrightarrow{NA} - 2\,\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$
Donc $\overrightarrow{NA} + 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$
Donc $2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AN}$ soit $\boxed{\overrightarrow{AN} = 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}}$

2) $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PB} + 2\,\overrightarrow{PA}$
Donc $(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AP}) = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB}) + 2\,\overrightarrow{PA}$
d'après la relation de Chasles.
Donc $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AP} = 4\,\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$
Donc $\overrightarrow{AP} + 4\,\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
Donc $5\,\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$ car $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ car ABCD est un parallélogramme.

Donc $5\,\overrightarrow{AP} = 2\,\overrightarrow{AC}$ donc $\boxed{\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}}$

3) $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$, donc $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, donc les points A, P, C sont alignés.

4) Pour prouver que N, B, D sont alignés, cherchons à savoir si $\overrightarrow{NB}$ et $\overrightarrow{BD}$, par exemple, sont colinéaires.
$\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}$ d'après la relation de Chasles.
$\overrightarrow{NB} = -(2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AB}$ car $\overrightarrow{AN} = 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ d'après 1)
$\overrightarrow{NB} = -2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ d'après la relation de Chasles.
$\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{BD}$ donc, non seulement, N, B et D sont alignés, mais en plus, B est le milieu de [ND]