2^{nde} 4 – Devoir Surveillé n°4 – Corrigé – sujet A

<u>Questions de cours</u> : **2 points**

1) « Le nombre 13 s'écrit avec les chiffres 1 et 3 »
« La somme du nombre 3 et du nombre 2 est égale au nombre 5 »

2) Un rationnel est un nombre que l'on peut écrire sous la forme d'un quotient de deux entiers.

<u>Exercice 1</u> : Compléter (sans recopier le tableau) par $\in$ ou $\notin$ **2,5 points**

x	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\frac{3}{7}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
59,0000002	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$-\frac{15}{16}$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$\sqrt{25}$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\sqrt{2}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$

<u>Exercice 2</u> : les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausse ? Justifier. 2,**5 points**

1) $x^2 - 4 = (x-2)^2$. FAUX $(x-2)^2 = x^2 - 2x + 4$

2) Le carré d'un irrationnel peut être rationnel. VRAI $(\sqrt{2})^2 = 2$

3) Tout nombre entier est un rationnel VRAI $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

4) L'inverse de $\frac{3}{8}$ est un nombre décimal. VRAI $\frac{3}{8} = 0,375$

5) $\frac{25}{13}$ est égal à 1,923076923 FAUX : $\frac{25}{13}$ n'est pas un décimal.

<u>Exercice 3</u> : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : **5 points**

(E_1) $\dfrac{x^2}{x-6} = \dfrac{36}{x-6}$

Valeur interdite : $x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6$
On résout pour $x \neq 6$
$(E_1) \Leftrightarrow x^2 = 36$
On a le droit de multiplier les deux membres
Par $x - 6$ car $x - 6 \neq 0$
$(E_1) \Leftrightarrow x = 6$ ou $x = -6$
Mais 6 est valeur interdite.
Donc $\boxed{S = \{ -6 \}}$

(E_2) $\dfrac{2x-3}{x+2} - \dfrac{5x-2}{x-2} = \dfrac{-3x^2+7x}{x^2-4}$

Valeurs interdites : $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$
$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$
$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 2$
On résout donc pour $x \neq -2$ et $x = 2$

$(E_2) \Leftrightarrow \dfrac{(2x-3)(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \dfrac{(5x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{-3x^2+7x}{(x+2)(x-2)}$

$(E_2) \Leftrightarrow 2x^2-4x-3x+6-(5x^2+10x-2x-4) = -3x^2+7x$

On a le droit de multiplier les deux membres par $(x+2)(x-2)$ car $(x+2)(x-2) \neq 0$

$(E_2) \Leftrightarrow 2x^2-7x+6-5x^2-10x+2x+4 = -3x^2+7x$

$(E_2) \Leftrightarrow -3x^2 - 15x + 10 = -3x^2 + 7x$
$(E_2) \Leftrightarrow - 15x + 10 = 7x$
$(E_2) \Leftrightarrow - 22x = - 10$
$(E_2) \Leftrightarrow x = \dfrac{-10}{-22} = \dfrac{5}{11}$

$\dfrac{5}{11}$ n'est pas valeur interdite $\boxed{S = \left\{\dfrac{5}{11}\right\}}$

$(E_3)\ \dfrac{-3}{x^2 - 1} = \dfrac{6}{1 + x}$

Valeurs interdites : $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = - 1$
$1 + x = 0 \Leftrightarrow x = - 1$

On résout pour $x \neq 1$ et $x \neq - 1$

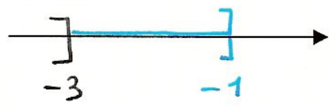
$(E_3) \Leftrightarrow \dfrac{-3}{(x+1)(x-1)} = \dfrac{6\,(x-1)}{(x+1)(x-1)}$

$(E_3) \Leftrightarrow - 3 = 6\,(x - 1)$.

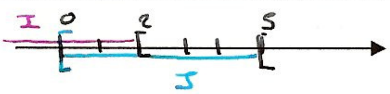
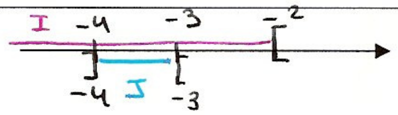
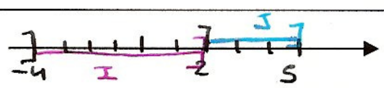
On peut multiplier les deux membres par $(x+1)(x-1)$ qui est différent de 0

$(E_3) \Leftrightarrow - 3 = 6x - 6 \quad \Leftrightarrow 3 = 6x \quad \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = x \quad \dfrac{1}{2}$ n'est pas valeur interdite. $\boxed{S = \left\{\dfrac{1}{2}\right\}}$

<u>Exercice 4</u> : compléter sans le recopier le tableau suivant : **4 points**

Notation d'intervalle	Inégalité(s) correspondante(s)	Représentation sur une droite graduée	Phrase
[-3 ; 5]	$-3 \leq x \leq 5$		Intervalle de -3 à 5 fermé
]-3;-1]	$-3 < x \leq -1$		Intervalle de -3 à -1 ouvert en -3 fermé en -1
[10;20[	$10 \leq x < 20$		Intervalle de 10 à 20 fermé en 10 et ouvert en 20.
[2 ; + ∞ [	$2 \leq x$		Intervalle de 2 à +∞ fermé en 2

<u>Exercice 5</u> : Même consigne. **3 points**

Intervalle I	Intervalle J	I ∩ J	I ∪ J	Représentation sur la droite des réels
] - ∞ ; 2 [	[0 ; 5 [	[0;2[	]-∞;5[	
] - ∞ ; - 2 [	] – 4 ; - 3 [	]-4;-3[	]-∞;-2[	
] – 4 ; 2]	] 2 ; 5]	∅	]-4;5]	

2^{nde} 4 – Devoir Surveillé n°4 – Corrigé – sujet B

<u>Questions de cours</u> : **2 points**

1) Quelle est la différence entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$? $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers naturels : il contient 0 et tous les entiers positifs. Tandis que $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des entiers relatifs : il comprend non seulement 0 et tous les entiers positifs, mais aussi tous les entiers négatifs.

2) Un singleton est un ensemble qui contient un élément et un seul. Exemple : $\{a\}$ est l'ensemble qui contient le seul élément a.

3) Comment note-t-on l'ensemble des nombres rationnels ? $\mathbb{Q}$

<u>Exercice 1</u> : Compléter (sans recopier le tableau) par $\in$ ou $\notin$ **2,5 points**

x	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	ID	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\frac{3}{8}$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
33,00000006	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$-\frac{4}{11}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\sqrt{3}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$
$\sqrt{9}$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$

<u>Exercice 2</u> : les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausse ? Justifier. **2,5 points**

1) $x^2 + 16 = (x + 4)^2$ $\boxed{\text{FAUX}}$: $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

2) La racine carrée d'un nombre entier n'est pas toujours un irrationnel.
$\boxed{\text{VRAI}}$ $\sqrt{25} = 5$ 5 est entier donc rationnel.

3) L'inverse de $\frac{8}{3}$ est un nombre décimal. $\boxed{\text{VRAI}}$: il s'agit de $\frac{3}{8} = 0,375 \in$ ID

4) Tout nombre rationnel est un réel. $\boxed{\text{VRAI}}$ car $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

5) $\frac{25}{7}$ est égal à 3,571428571 $\boxed{\text{FAUX}}$ car $\frac{25}{7}$ n'est pas un décimal. (il suffit de poser la division pour le constater)

<u>Exercice 3</u> : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : **5 points**

(E_1) $\dfrac{-2}{x^2-1} = \dfrac{5}{1+x}$

Valeurs interdites :

$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1)=0$

$\Leftrightarrow x+1 = 0$ ou $x-1 = 0$

$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 1$

$1+x = 0 \Leftrightarrow x = -1$

On résout pour $x \neq -1$ et $x \neq 1$

$(E_1) \Leftrightarrow \dfrac{-2}{(x+1)(x-1)} = \dfrac{5(x-1)}{(x+1)(x-1)}$

$(E_1) \Leftrightarrow \quad -2 = 5x - 5$

On a le droit de multiplier les deux membres

(E_2) $\dfrac{2x-3}{x+2} - \dfrac{5x-2}{x-2} = \dfrac{-3x^2+2x}{x^2-4}$

Valeurs interdites :

$x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$x^2-4=0 \Leftrightarrow (x+2)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow x+2=0$ ou $x-2=0$

$\Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 2$

On résout pour $x \neq 2$ et $x \neq -2$

$(E_2) \Leftrightarrow \dfrac{(2x-3)(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \dfrac{(5x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{-3x^2+2x}{(x+2)(x-2)}$

$(E_2) \Leftrightarrow (2x-3)(x-2) - (5x-2)(x+2) = -3x^2 + 2x$

On a le droit de multiplier les deux membres

Par (x+1)(x−1) car il est non nul d'après les valeurs interdites.

$(E_1) \Leftrightarrow \quad -5x = -3$

$(E_1) \Leftrightarrow \quad x = \frac{3}{5}$

$\frac{3}{5}$ n'est pas une valeur interdite

Donc $S = \left\{\frac{3}{5}\right\}$

Par (x+1)(x−1) car il est non nul d'après les valeurs interdites.

$(E_2) \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 3x + 6 - (5x^2 + 10x - 2x - 4 = -3x^2 + 2x$

$(E_2) \Leftrightarrow 2x^2 \quad - 7x \quad + 6 - 5x^2 - 10x + 2x + 4 = -3x^2 + 2x$

$(E_2) \Leftrightarrow \quad -3x^2 - 15x + 10 = -3x^2 + 2x$

$(E_2) \Leftrightarrow \quad -15x - 2x = -10$

$(E_2) \Leftrightarrow -17x = -10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{17}$

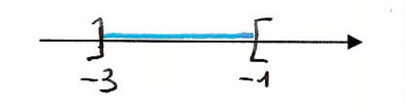
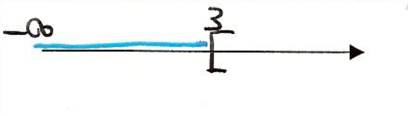
$\frac{10}{17}$ n'est pas valeur interdite, donc $S = \left\{\frac{10}{17}\right\}$

$(E_3)\ \frac{x^2}{x-7} = \frac{49}{x-7}$ Valeur interdite : $x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7$. On résout pour $x \neq 7$

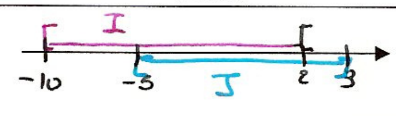
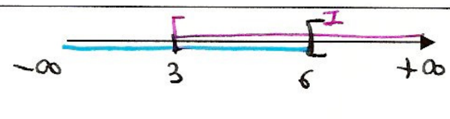
$(E_3) \Leftrightarrow x^2 = 49$ car $x - 7 \neq 0$ puisque $x \neq 7$

$(E_3) \Leftrightarrow x = -7$ ou $x = 7$. Or 7 est valeur interdites, donc $S = \{-7\}$

Exercice 4 : compléter sans le recopier le tableau suivant : **4 points**

Notation d'intervalle	Inégalité(s) correspondante(s)	Représentation sur une droite graduée	Phrase
$]-3\,;5]$	$-3 < x \leq 5$		Intervalle de −3 à 5 ouvert en −3, fermé en 5
$]-3;-1[$	$-3 < x < -1$		Intervalle ouvert de −3 à −1
$]10;20]$	$10 < x \leq 20$		Intervalle de 10 à 20 ouvert en 10 et fermé en 20.
$]-\infty\,;3\,[$	$x < 3$		Intervalle ouvert de −∞ à 3

Exercice 5 : Même consigne. **3 points**

Intervalle I	Intervalle J	I ∩ J	I ∪ J	Représentation sur la droite des réels
$[-10\,;2\,[$	$[-5\,;3\,]$	$[-5;2[$	$[-10;3]$	
$[\,3\,;+\infty\,[$	$]-\infty\,;6\,[$	$[3;6[$	$]-\infty;+\infty[$ ou $\mathbb{R}$	
$]-4\,;2\,]$	$[\,2\,;5\,]$	$\{2\}$	$]-4;5]$