

2^{nde} et 1^{ère} - Exercices d'entraînement sur les quantités conjuguées.

Le but est de faire « disparaître » les radicaux du dénominateur d'une expression.

Pour cela, on utilise l'identité remarquable : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Lorsqu'un dénominateur est constitué d'une somme de deux termes contenant des racines carrées $(a + b)$, on multiplie numérateur et dénominateur par sa quantité conjuguée $(a - b)$.

Si le dénominateur est $(a - b)$, on multiplie bien sûr par $(a + b)$.

Exemple :
$$\frac{3 + \sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4} = \frac{(3 + \sqrt{5})(2\sqrt{5} + 4)}{(2\sqrt{5} - 4)(2\sqrt{5} + 4)} \quad (\text{on multiplie le n. et le d. par } 2\sqrt{5} + 4)$$

$$= \frac{3 \times 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}\sqrt{5} + 3 \times 4 + 4\sqrt{5}}{(2\sqrt{5})^2 - 4^2} \quad (\text{on développe numérateur et dénominateur})$$

$$= \frac{6\sqrt{5} + 2 \times 5 + 12 + 4\sqrt{5}}{4 \times 5 - 16}$$

$$= \frac{22 + 10\sqrt{5}}{4}$$

$$= \frac{11 + 5\sqrt{5}}{2} \quad (\text{on a simplifié par 2, c.à.d. divisé numérateur et dénominateur par 2})$$

A vous de faire « disparaître » les racines des dénominateurs à l'aide des quantités conjuguées.

Consigne : écrire le nombre donné sous la forme d'une écriture fractionnaire à dénominateur entier.

$$A = \frac{1 + 2\sqrt{3}}{1 - 2\sqrt{3}} \quad B = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{7}} \quad C = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 2} \quad D = \frac{\sqrt{3} + 3}{\sqrt{3} + \sqrt{6}}$$

$$E = \frac{\sqrt{3} + 3}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} \quad F = \frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{3} - 2\sqrt{7}} \quad G = \sqrt{\frac{\sqrt{17} + 4}{\sqrt{17} - 4}} \quad H = \frac{2}{\sqrt{5} + 1} + \frac{5}{5 - \sqrt{5}}$$

$$I = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \quad J = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$K = \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \quad L = \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \quad M = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$$

$$N = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \quad O = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 3} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 3}$$

$$P = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \quad Q = \frac{2}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} - 1}$$

$$R = \frac{7 + 2\sqrt{10}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} - \frac{7 - 2\sqrt{10}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} \quad S = \frac{5 - \sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}} - \frac{5 + \sqrt{3}}{5 - \sqrt{3}}$$