2nde - Corrigé de la feuille d'exercices n°5 — feuille 1/5

Exercice 1. $(I_1)\quad (-3x+7)^2 \leq (-x-5)^2$

$(I_1) \iff (-3x+7)^2 - (-x-5)^2 \leq 0$

$(I_1) \iff [(-3x+7)-(-x-5)][(-3x+7)+(-x-5)] \leq 0$

$(I_1) \iff [-3x+7+x+5][-3x+7-x-5] \leq 0$

$(I_1) \iff (-2x+12)(-4x+2) \leq 0$

$-2x+12>0 \iff -2x>-12 \iff x<6$

$-4x+2>0 \iff -4x>-2 \iff x<\frac{-2}{-4}$ soit $x<\frac{1}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		6		$+\infty$
$-2x+12$		+		+	0	−	
$-4x+2$		+	0	−		−	
$(-2x+12)(-4x+2)$		+	0	−	0	+	

$S=[\frac{1}{2};6]$

$(I_2)\quad -5x \leq -2x+1$

$(I_2) \iff -5x+2x \leq 1$

$(I_2) \iff -3x \leq 1$

$(I_2) \iff x \geqslant \frac{1}{3}$

$S=[\frac{1}{3};+\infty[$

$(I_3)\quad 2-\frac{3x-7}{4} \geqslant \frac{5-x}{3}$

$(I_3) \iff \frac{24}{12}-\frac{3(3x-7)}{12} \geqslant \frac{4(5-x)}{12}$

$(I_3) \iff 24-9x+21 \geqslant 20-4x$

$(I_3) \iff -9x+45 \geqslant -4x+20$

$(I_3) \iff -5x \geqslant -25$

$(I_3) \iff x \leq 5 \qquad S=]-\infty;5]$

$(I_4)\quad -3(-2x+8)(3x-12) \leq 0$

-3 est toujours strictement négatif

$-2x+8>0 \iff -2x>-8 \iff x<4$

$3x-12>0 \iff 3x>12 \iff x>4$

x	$-\infty$		4		$+\infty$
-3		−		−	
$-2x+8$		+	0	−	
$3x-12$		−	0	+	
$-3(-2x+8)\times(3x-12)$		+	0	+	

donc $-3(-2x+8)(3x-12) \leq 0$ uniquement lorsque $x=4$.

$S=\{4\}$

$(I_5)\quad \frac{4-2x}{-x+5}<0$

$4-2x>0 \iff 4>2x \iff 2>x \iff x<2$

$-x+5>0 \iff -x>-5 \iff x<5$

valeur interdite :

$-x+5=0 \iff -x=-5$

$\iff x=5$

On résout dans $\mathbb{R}-\{5\}$

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$4-2x$		+	0	−		−	
$-x+5$		+		+	0	−	
$\frac{4-2x}{-x+5}$		+	0	−	‖	+	

$S=]2;5[$

$(I_6)\quad \frac{9}{x^2-4} \leq \frac{x+2}{x-2}$

Valeurs interdites :

$x^2-4=0 \iff (x+2)(x-2)=0$

$\iff x+2=0$ ou $x-2=0$

$\iff \underline{x=-2}$ ou $\underline{x=2}$

$x-2=0 \iff \underline{x=2}$

On résout dans $\mathbb{R}-\{-2;2\}$

$(I_6) \iff \frac{9}{(x+2)(x-2)} \leq \frac{(x+2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$

$(I_6) \iff \frac{9-(x+2)^2}{(x+2)(x-2)} \leq 0$

$(I_6) \iff \frac{(3-(x+2))(3+(x+2))}{(x+2)(x-2)} \leq 0$

$(I_6) \iff \frac{(3-x-2)(3+x+2)}{(x+2)(x-2)} \leq 0$

$(I_6) \iff \underbrace{\frac{(-x+1)(x+5)}{(x+2)(x-2)}}_{F(x)} \leq 0$

$-x+1>0 \iff -x>-1 \iff x<1$

$x+5>0 \iff x>-5$

$x+2>0 \iff x>-2$

$x-2>0 \iff x>2$

x	$-\infty$		-5		-2		1		2		$+\infty$
$-x+1$		+		+		+	0	−		−	
$x+5$		−	0	+		+		+		+	
$x+2$		−		−	0	+		+		+	
$x-2$		−		−		−		−	0	+	
$F(x)$		−	0	+	‖	−	0	+	‖	−	

$S=]-\infty;-5] \cup]-2;1] \cup]2;+\infty[$

Exercice 2. (I_1) $-2(x^2+1)<0$ $S=\mathbb{R}$

TOUJOURS VRAI

En effet : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geqslant 0$

donc $x^2+1 \geqslant 1 > 0$

donc $-2(x^2+1) < 0$

(I_2) $-\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} > \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}$

$(I_2) \Leftrightarrow -\frac{8}{12}x + \frac{9}{12} > \frac{9}{12}x - \frac{4}{12}$

$(I_2) \Leftrightarrow -8x+9 > 9x-4$ (la multiplication des 2 membres par 12 qui est strictement positif ne change pas le sens de l'inégalité)

$(I_2) \Leftrightarrow -17x > -13$

$(I_2) \Leftrightarrow x < \frac{13}{17}$

$S =]-\infty ; \frac{13}{17}[$

(I_3) $(x-4)^2 \leqslant -1$ TOUJOURS FAUX $S=\emptyset$

en effet : Pour tout x, $x-4 \in \mathbb{R}$

et le carré de tout réel est positif ou nul.

Donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x-4)^2 \geqslant 0$

(I_4) $5(x^2+10) \geqslant 0$ TOUJOURS VRAI $S=\mathbb{R}$

Car pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geqslant 0$ donc $x^2+10 \geqslant 10 > 0$

donc $5(x^2+10) > 0$

(I_5) $\frac{x-1}{4} - 5 \leqslant \frac{2x-3}{2} + \frac{3}{4}$

$(I_5) \Leftrightarrow \frac{x-1}{4} - \frac{20}{4} \leqslant \frac{2(2x-3)}{4} + \frac{3}{4}$ (la multiplication des 2 membres par 4 ne change pas le sens de l'inégalité)

$(I_5) \Leftrightarrow x-1-20 \leqslant 4x-6+3$

$(I_5) \Leftrightarrow x-21 \leqslant 4x-3$

$(I_5) \Leftrightarrow -3x \leqslant 18$

$(I_5) \Leftrightarrow x \geqslant -6$ $S=[-6;+\infty[$

(I_6) $\frac{1}{3}(2x+1) - \frac{1}{2}(x+2) > \frac{1}{6}(x+2)$

$(I_6) \Leftrightarrow \frac{2}{6}(2x+1) - \frac{3}{6}(x+2) > \frac{1}{6}(x+2)$

$(I_6) \Leftrightarrow 2(2x+1) - 3(x+2) > x+2$ (multiplication des 2 membres par 6)

$(I_6) \Leftrightarrow 4x+2-3x-6 > x+2$

$(I_6) \Leftrightarrow x-4 > x+2$

$(I_6) \Leftrightarrow -4 > 2$ TOUJOURS FAUX $S=\emptyset$

(I_7) $x(x-5) - 4(x-5) \geqslant 0$

$(I_7) \Leftrightarrow (x-5)(x-4) \geqslant 0$

x	$-\infty$		4		5		$+\infty$
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-4$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-5)(x-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=]-\infty;4]\cup[5;+\infty[$

(I_8) $x^2-9 \leqslant 0$

$(I_8) \Leftrightarrow (x-3)(x+3) \leqslant 0$

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-3)(x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=[-3;3]$

(I_9) $x^2+3x>0 \Leftrightarrow x(x+3)>0$

$x>0 \Leftrightarrow x>0$

$x+3>0 \Leftrightarrow x>-3$

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x(x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$

(I_{10}) $(3x+5)^2-1 \geqslant 0 \Leftrightarrow (3x+5-1)(3x+5+1) \geqslant 0$

$\Leftrightarrow (3x+4)(3x+6) \geqslant 0$

$3x+4>0 \Leftrightarrow 3x>-4 \Leftrightarrow x>-\frac{4}{3}$

$3x+6>0 \Leftrightarrow 3x>-6 \Leftrightarrow x>-2$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{4}{3}$		$+\infty$
$3x+4$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
$(3x+4)(3x+6)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=]-\infty;-2]\cup[-\frac{4}{3};+\infty[$

(I_{11}) $5x^2-8x \leqslant 0 \Leftrightarrow x(5x-8) \leqslant 0$

$x>0 \Leftrightarrow x>0$

$5x-8>0 \Leftrightarrow 5x>8 \Leftrightarrow x>\frac{8}{5}$

x	$-\infty$		0		$8/5$		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$5x-8$		$-$		$-$	0	$+$	
$x(5x-8)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=[0;\frac{8}{5}]$

(I_{12}) $(3x+2)^2 - (x-1)^2 \leq 0$

$(I_{12}) \iff [(3x+2)-(x-1)][(3x+2)+(x-1)] \leq 0$

$(I_{12}) \iff [3x+2-x+1][3x+2+x-1] \leq 0$

$(I_{12}) \iff (2x+3)(4x+1) \leq 0$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
$(2x+3)$		$-$	0	$+$		$+$	
$(4x+1)$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x+3)\times(4x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$2x+3>0 \iff 2x>-3$
$\iff x>-\frac{3}{2}$
$4x+1>0 \iff 4x>-1$
$\iff x>-\frac{1}{4}$

$S = [-\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}]$

(I_{13}) $x(x-2) + 2(x^2-4) \leq 4(x-2)^2$

$(I_{13}) \iff x(x-2)+2(x-2)(x+2)-4(x-2)^2 \leq 0$

$(I_{13}) \iff (x-2)[x+2(x+2)-4(x-2)] \leq 0$

$(I_{13}) \iff (x-2)(x+2x+4-4x+8) \leq 0$

$(I_{13}) \iff (x-2)(-x+12) \leq 0$

x	$-\infty$		2		12		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+12$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x-2)(-x+12)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x-2>0 \iff x>2$
$-x+12>0 \iff -x>-12$
$\iff x<12$

$S = [2;12]$

(I_{14}) $5(x^2+1)(3x-4) \leq 0$ On sait que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geq 0$ donc $x^2+1>0$ donc $5(x^2+1)>0$

x	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$5(x^2+1)$		$+$		$+$	
$3x-4$		$-$	0	$+$	
$5(x^2+1)(3x-4)$		$-$	0	$+$	

$5(x^2+1)(3x-4)$ sera donc du signe de $3x-4$.

$S =]-\infty; \frac{4}{3}]$

On n'est pas obligé ici de faire un tableau de signes.
On peut se contenter de résoudre $3x-4 \leq 0 \iff 3x \leq 4 \iff x \leq \frac{4}{3}$

(I_{15}) $(2x-3)^2 - 3(3-2x) \leq 0$

$(I_{15}) \iff (2x-3)^2 + 3(2x-3) \leq 0$

$(I_{15}) \iff (2x-3)(2x-3+3) \leq 0$

$(I_{15}) \iff (2x-3)\times 2x \leq 0$

$2x>0 \iff x>0$
$2x-3>0 \iff 2x>3 \iff x>\frac{3}{2}$

x	$-\infty$		0		$3/2$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x(2x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S = [0; 3/2]$

(I_{16}) $\underbrace{(3x^2+1)}$$(9-2x)>0$
toujours strictement positif.
car $x^2 \geq 0$, $3x^2 \geq 0$, $3x^2+1 \geq 1>0$

$(3x^2+1)(9-2x)$ sera toujours du signe de $9-2x$
$9-2x>0 \iff 9>2x \iff \frac{9}{2}>x$

$S =]-\infty; \frac{9}{2}[$

Remarque : on pouvait faire un tableau de signes comme pour (I_{14})

(I_{17}) $(x-2)(3x+5)(3-7x)<0$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{3}$		$\frac{3}{7}$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$3-7x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$(x-2)(3x+5)(3-7x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$x-2>0 \iff x>2$
$3x+5>0 \iff 3x>-5$
$\iff x>-\frac{5}{3}$
$3-7x>0 \iff 3>7x$
$\iff \frac{3}{7}>x$
$\iff x<\frac{3}{7}$

$S =]-\frac{5}{3}; \frac{3}{7}[\cup]2; +\infty[$

(I_{18}) $(x^2-1)(x^2-4) \leq 0 \iff \overbrace{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)}^{f(x)} \leq 0$

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$S = [-2; -1] \cup [1; 2]$

(I_{19}) $\overbrace{x(1-x)(2-x)}^{A(x)} \geq 0$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$2-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$A(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$x>0 \iff x>0$
$1-x>0 \iff 1>x$
$\iff x<1$
$2-x>0 \iff 2>x$
$\iff x<2$

$S = [0;1] \cup [2; +\infty[$

(I_{20}) $(2-x)(x^2-1)>0 \iff \overbrace{(2-x)(x-1)(x+1)}^{B(x)}>0$

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$2-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$B(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$2-x>0 \iff 2>x$
$\iff x<2$
$x-1>0 \iff x>1$
$x+1>0 \iff x>-1$

$S =]-\infty; -1[\cup]1; 2[$

2nde Corrigé de la feuille d'exercices n°5 - feuille 4/5

(I_{21}) $\overbrace{(2x-1)^3}^{C(x)}(3-4x)>0$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$2x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$3-4x$		$+$		$+$	0	$-$	
$C(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$2x-1>0 \iff 2x>1 \iff x>\frac{1}{2}$

$3-4x>0 \iff 3>4x \iff \frac{3}{4}>x \iff x<\frac{3}{4}$

Remarque : si on sait qu'un nombre et son cube ont le même signe, on peut gagner 2 lignes dans le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$(2x-1)^3$		$-$	0	$+$		$+$	
$3-4x$		$+$		$+$	0	$-$	
$C(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S = \left]\frac{1}{2}\,;\,\frac{3}{4}\right[$

(I_{22}) $(x+3)^2-5(x+3)^2 \geqslant 0 \iff (x+3)^2[1-5]\geqslant 0$
$\iff -4(x+3)^2 \geqslant 0$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
-4		$-$		$-$	
$x+3$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$	
$-4(x+3)^2$		$-$	0	$-$	

$S=\{-3\}$

Remarque : on n'est pas obligé d'utiliser un tableau de signes. Si on considère que $-4<0$ et que $(x+3)^2 \geqslant 0$, $-4(x+3)^2$ sera positif ou nul si et seulement si $x+3=0$ soit $x=-3$

(I_{23}) $(x^2-25)(x^4-16)>0 \iff \overbrace{(x+5)(x-5)(x^2-4)(x^2+4)}^{D(x)}>0$
$\iff (x+5)(x-5)(x+2)(x-2)(x^2+4)>0$

x	$-\infty$		-5		-2		2		5		$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2+4		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	
$D(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-\infty;-5[\,\cup\,]-2;2[\,\cup\,]5;+\infty[$

(I_{24}) $(x-1)^2(x-2)<(x^2-1)(2-x)$

$(I_{24}) \iff (x-1)^2(x-2)-(x^2-1)(2-x)<0$

$(I_{24}) \iff (x-1)^2(x-2)+(x+1)(x-1)(x-2)<0$

$(I_{24}) \iff (x-1)(x-2)\left[(x-1)+(x+1)\right]<0$

$(I_{24}) \iff \underbrace{(x-1)(x-2)\times 2x}_{E(x)}<0$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$2x$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x(x-1)(x-2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-\infty;0[\,\cup\,]1;2[$

(I_{25}) $1>\frac{2}{x}$ valeur interdite : $x=0$. On résout dans $\mathbb{R}^*$

Pour $x\in\mathbb{R}^*$, $(I_{25}) \iff 1-\frac{2}{x}>0 \iff \frac{x}{x}-\frac{2}{x}>0$
$\iff \frac{x-2}{x}>0$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
x		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x-2}{x}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

$S=]-\infty;0[\,\cup\,]2;+\infty[$

(I_{26}) $\frac{3}{x}\geqslant 1$ Valeur interdite : $x=0$. On résout dans $\mathbb{R}^*$

pour $x\in\mathbb{R}^*$, $(I_{26}) \iff \frac{3}{x}-1\geqslant 0 \iff \frac{3}{x}-\frac{x}{x}\geqslant 0 \iff \frac{3-x}{x}\geqslant 0$

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$3-x$		$+$		$+$	0	$-$	
x		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{3-x}{x}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

$S=]0;3]$

(I_{27}) $\frac{x+3}{x-3}-\frac{x-3}{x+3}\leqslant\frac{36}{x^2-9}$ Valeurs interdites : 3 et -3. On résout dans $\mathbb{R}-\{-3;3\}$

$(I_{27}) \iff \frac{(x+3)^2}{(x-3)(x+3)}-\frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+3)}-\frac{36}{(x-3)(x+3)}\leqslant 0$

$(I_{27}) \iff \frac{[(x+3)-(x-3)][(x+3)+(x-3)]-36}{(x-3)(x+3)}\leqslant 0$

$(I_{27}) \iff \frac{(x+3-x+3)(x+3+x-3)-36}{(x-3)(x+3)}\leqslant 0$

$(I_{27}) \iff \frac{6\times 2x-36}{(x-3)(x+3)}\leqslant 0$

$(I_{27}) \iff \frac{12(x-3)}{(x-3)(x+3)}\leqslant 0 \iff \frac{12}{x+3}\leqslant 0$ à condition que $x\neq 3$

$\frac{12}{x+3}\leqslant 0$ si et seulement si $x+3<0 \iff x<-3$ $S=]-\infty;-3[$

ne contient pas les valeurs interdites

2nde Corrigé de la feuille d'exercices n°5 — feuille 5/5

On peut aussi faire un tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		$+3$		$+\infty$
12		$+$		$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{12(x-3)}{(x-3)(x+3)}$		$-$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$+$	

$S =]-\infty ; -3[$

Remarque : $\frac{12(x-3)}{(x-3)(x+3)} \geq 0$ aurait eu pour ensemble de solutions $]-3;3[\cup]3;+\infty[$

(I_{28}) $\frac{2x+1}{x+2} \geq x$ Valeur interdite : $x=-2$
On résout dans $\mathbb{R}-\{-2\}$
Pour $x \neq -2$

$(I_{28}) \iff \frac{2x+1}{x+2} - x \geq 0 \iff \frac{2x+1}{x+2} - \frac{x(x+2)}{x+2} \geq 0$

$\iff \frac{2x+1-x(x+2)}{x+2} \geq 0$

$\iff \frac{2x+1-x^2-2x}{x+2} \geq 0$

$\iff \frac{1-x^2}{x+2} \geq 0$

$\iff \frac{(1-x)(1+x)}{x+2} \geq 0$

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$1+x$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{(1-x)(1+x)}{x+2}$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

$S =]-\infty ; -1] \cup [1;2[$

(I_{29}) $\frac{7x-2}{4x^2-1} < 0$ Valeurs interdites : $4x^2-1=0 \iff 4x^2=1$
$\iff x^2 = 1/4$
$\iff x = \frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{1}{2}$
On résout dans $\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\}$

$\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\}$

$(I_{29}) \iff \frac{7x-2}{(2x-1)(2x+1)} < 0$

$7x-2>0 \iff 7x>2 \iff x>2/7$
$2x-1>0 \iff 2x>1 \iff x>1/2$
$2x+1>0 \iff 2x>-1 \iff x>-1/2$

⚠ $-\frac{1}{2} < \frac{2}{7} < \frac{1}{2}$

x	$-\infty$		$-1/2$		$2/7$		$1/2$		$+\infty$
$7x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{7x-2}{(2x-1)(2x+1)}$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

$S =]-\infty ; -\frac{1}{2}[\cup]\frac{2}{7} ; \frac{1}{2}[$

(I_{30}) $\frac{x^2-4}{3x+5} > 0$ Valeur interdite : $3x+5=0 \iff 3x=-5$
$\iff x = -5/3$
On résout dans $\mathbb{R}-\{-\frac{5}{3}\}$

$(I_{30}) \iff \frac{(x-2)(x+2)}{3x+5} > 0$ $-2 < -\frac{5}{3} < 2$

x	$-\infty$		-2		$-5/3$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$3x+5$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{(x-2)(x+2)}{3x+5}$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

$S =]-2 ; -5/3[\cup]2 ; +\infty[$

Corrigé de la fiche d'aide individualisée sur les inéquations :

(I_1) $3x-5 \leq 6x-13 \iff 3x-6x \leq -13+5 \iff -3x \leq -8 \iff x \geq \frac{8}{3}$

$S = [\frac{8}{3};+\infty[$

(I_2) $-5(4x+3) > 2(-x+15) \iff -20x-15 > -2x+30 \iff -20x+2x > 30+15$

$(I_2) \iff -18x > 45 \iff x < \frac{45}{18} \iff x < \frac{5\times5}{5\times2} \iff x < \frac{5}{2}$ $S =]-\infty ; \frac{5}{2}[$

(I_3) $\frac{x+5}{2} - \frac{3x-7}{6} < \frac{5-x}{3} \iff \frac{3(x+5)}{3\times2} - \frac{(3x-7)}{6} < \frac{(5-x)\times2}{3\times2}$

$(I_3) \iff \frac{3x+15-3x+7}{6} < \frac{10-2x}{6} \iff 22 < 10-2x$

$(I_3) \iff 22-10 < -2x \iff 12 < -2x \iff \frac{12}{-2} > x \iff x < -6$

$S =]-\infty ; -6[$

(I_4) $(3x+15)(2x-18) \leq 0$

$3x+15>0 \iff 3x>-15$
$\iff x > -5$
$2x-18>0 \iff 2x>18$
$\iff x > 9$

x	$-\infty$		-5		9		$+\infty$
$3x+15$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-18$		$-$		$-$	0	$+$	
$(3x+15)(2x-18)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S = [-5;9]$

(I_5) $\frac{x+5}{3x-21} \geq 0$ Valeur interdite : $3x-21=0 \iff 3x=21 \iff x=7$
On résout pour $x \neq 7$

$x+5>0 \iff x>-5$
$3x-21>0 \iff 3x>21$
$\iff x>7$

x	$-\infty$		-5		7		$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x-21$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{x+5}{3x-21}$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

$S =]-\infty ; -5] \cup]7;+\infty[$