

2^{nde} 4 – Feuille d'exercices n°10 – Exercices sur l'ordre et la valeur absolue

Exercice 1 : 1) Comparer¹ les nombres $4\sqrt{10}$ et $9\sqrt{2}$

2) $\sqrt{24} + \sqrt{10}$ et $\sqrt{26} + \sqrt{8}$

3) $\sqrt{5} - 2$ et $\sqrt{9 - 3\sqrt{5}}$

Exercice 2 : Soient deux nombres réels x et y tels que $1 \leq x \leq 4$ et $5 \leq y \leq 7$.

Encadrer $x + y$, $x - y$, xy , x^2 , $3x^2 - 2y^2$, $-5y$, $\sqrt{\frac{x}{3} + \frac{y}{2}}$ et $\frac{x}{y}$

Exercice 3 : soient x et y deux nombres tels que $-6 \leq x \leq -3$ et $-2 \leq y \leq -1$

Encadrer $x + y$, $x - y$, xy , x^2 , $-5y$ et $\frac{x}{y}$

Exercice 4 : Soient x et y deux nombres réels tels que : $-\frac{4}{3} \leq x \leq -\frac{6}{5}$ et $\frac{1}{4} \leq y \leq \frac{1}{3}$

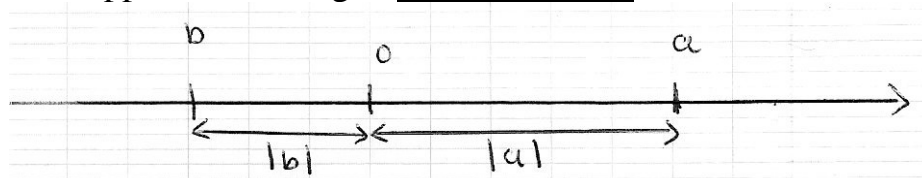
Encadrer $x - y$, xy et $\frac{x}{y}$

Exercice 5 : soit x un nombre réel tel que $-2 \leq x \leq 3$. Encadrer x^2

Rappels sur la valeur absolue (cf. chapitre I) :

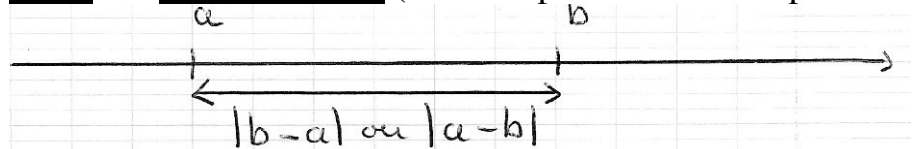
La **valeur absolue** d'un nombre réel a , notée $|a|$ vaut $\begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$

On l'appellait au collège : **distance à zéro**



Exemples : $|7| = 7$, $|-4| = 4$ **Remarque :** la valeur absolue d'un nombre est toujours positive. Elle est nulle si et seulement si le nombre est nul.

La valeur absolue de la différence de deux nombre a et b , $|a - b|$ ou $|b - a|$, est la **distance entre ces deux nombres** (si on les place sur un axe par exemple)



Exemple : la distance entre les nombres 8 et -7 est

$$|8 - (-7)| = |15| = 15 \quad \text{ou encore} \quad |-7 - 8| = |-15| = 15$$

¹ Comparer = indiquer lequel est le plus petit/le plus grand, ou dire s'ils sont égaux

Exercice 6 : Calculer : $A = |-5,2|$ $B = |-5 - 12|$ $C = |-7| + |7| - |-11|$
 $D = |9 - 7\sqrt{2}|$ $E = |4\pi - 10|$ $F = 5|- \pi + 6| - 4|1 - \pi|$ $G = ||-2| - |5||$

Rappel sur les équations avec des valeurs absolues :

$$|x| = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \text{ ou } -a \text{ si } a > 0 \\ x = 0 \text{ si } a = 0 \\ \text{n'a pas de solution si } a < 0 \end{cases}$$

Règle : deux nombres qui ont la même valeur absolue sont soit égaux, soit opposés (= même règle que pour les nombres qui ont le même carré)

Exercice 7 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations : $(E_1) |x| = 18$ $(E_2) |x| = -2$
 $(E_3) |3x - 2| = 4$ $(E_4) |x + 10| = |5 - x|$ $(E_5) |7x - 12| = -4$

Exercice 8 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations :

$(I_1) |x| > -1$ $(I_2) |x| > 0$ $(I_3) |x| < 0$ $(I_4) |x| < 7$
 $(I_5) |x| < -10$ $(I_6) -2 \leq |x| \leq 5$ $(I_7) 9 \leq |x| < 11$

Exercice 9 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations : (on peut s'aider d'un schéma à l'aide d'un axe gradué)

$(I_8) |x - 2| < 1$ $(I_9) |x - 2| \geq 1$ $(I_{10}) |x + 3| \leq 9$ $(I_{11}) |x + 4| > 3$
 $(I_{12}) |7 - 2x| \leq 4$ $(I_{13}) 3 < |3x - 1| \leq 8$

Aide : pour (I_8) par exemple, traduire en français par « la distance de x à 2 doit être plus petite que 1 »

Exercice 10 : 1) Le nombre a est un réel quelconque. En utilisant la notation de la valeur absolue, simplifier : $\sqrt{a^2}$ et $\sqrt{(3 - 2a)^2}$

2) Ici, $a \in \mathbb{R}^*$. Simplifier $\frac{a}{|a|}$ puis $\frac{a\sqrt{2a^2}}{a^2}$