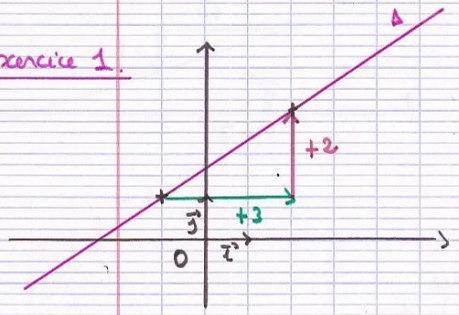
# 2nde - Feuille d'exercices n° 10 - Equations de droites.

## Exercice 1.



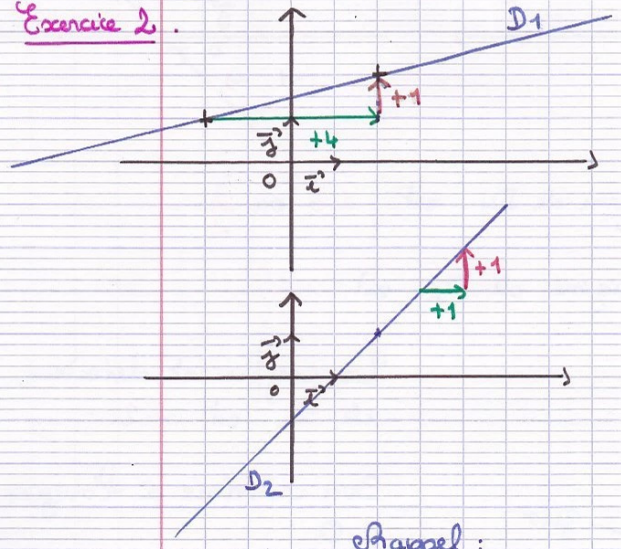

On repère sur le graphique 2 points dont il est facile de lire les coordonnées.

Entre ces 2 points :
- On "avance" de 3 de gauche à droite
- On "monte" de 2

Le coefficient directeur de Δ est donc : $+\frac{2}{3}$

Car la droite "monte" de gauche à droite

## Exercice 2.




Le coefficient directeur de la droite $D_1$ est $+\frac{1}{4}$

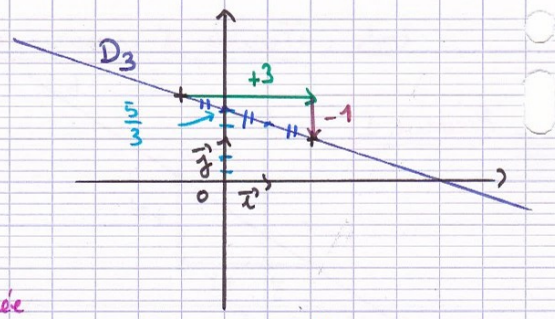
Le coefficient directeur de la droite $D_2$ est $+\frac{1}{1}$ soit $1$

Rappel :

Coefficient directeur (ou "pente") $=$ $+$ ou $-$ $\frac{\text{de combien on monte ou descend}}{\text{de combien on avance}}$

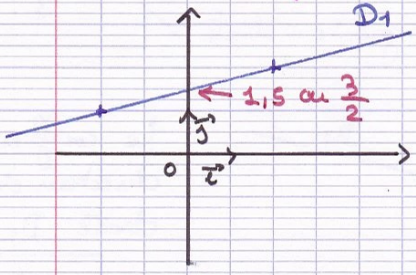
selon si la droite "monte" de gauche à droite ou "descend".

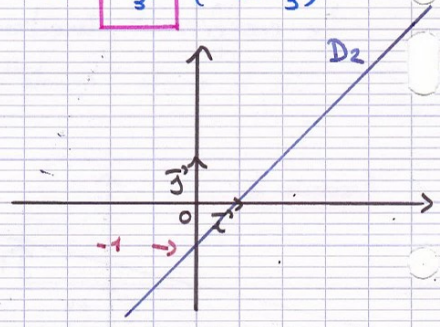
Le coefficient directeur de la droite $D_3$ est $-\frac{1}{3}$




Rappel : On lit l'ordonnée à l'origine d'une droite sur l'axe des ordonnées, à l'endroit où la droite le coupe.

L'ordonnée à l'origine de $D_3$ est $\frac{5}{3}$ $\left(1+\frac{2}{3}\right)$

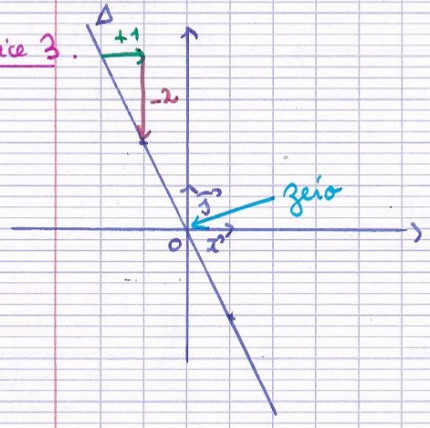



L'ordonnée à l'origine de $D_1$ est $1,5$ ou $\frac{3}{2}$.

L'ordonnée à l'origine de $D_2$ est $-1$.

## Exercice 3.




Le coefficient directeur de Δ est $-2$

Son ordonnée à l'origine est $0$

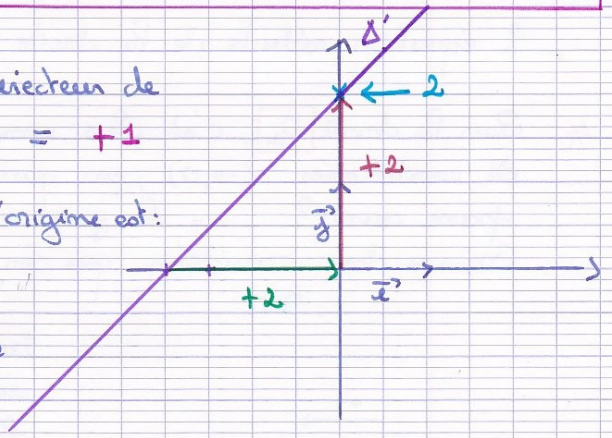
Son équation réduite est donc :

$y = -2x$

ou $y = -2x + 0$

**Suite de l'exercice 3 :**

> **Rappel :** Si le coefficient directeur (= la pente) d'une droite est $m$ et son ordonnée à l'origine $p$, l'équation réduite de la droite est :
>
> $$y = mx + p$$



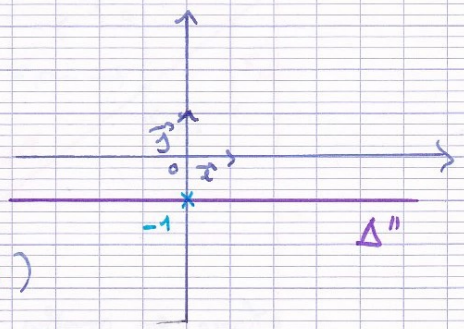

Le coefficient directeur de $\Delta'$ est $+\frac{2}{2} = +1$

Son ordonnée à l'origine est : 2

Son équation réduite est donc :

$$y = x + 2$$

ou $y = 1x + 2$




$\Delta''$ est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

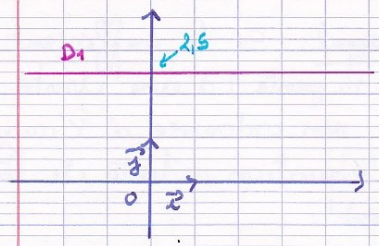
Sa pente est donc nulle (= son coefficient directeur vaut 0)

Son ordonnée à l'origine est $-1$.

Son équation réduite est $y = -1$ ou $y = 0x - 1$

**Rappel :** Les droites parallèles à l'axe des abscisses ont une équation réduite de la forme $y = p$ (où $p$ est leur ordonnée à l'origine)

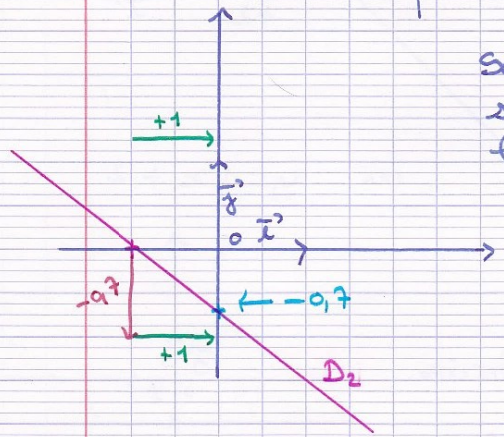
**Exercice 4.**




* $D_1$ est une droite parallèle à l'axe des abscisses. Elle admet donc une équation réduite de la forme $y = p$, où $p$ est son ordonnée à l'origine.

L'équation réduite de la droite $D_1$ est $y = 2,5$

* Sur la droite $D_2$, c'est plus compliqué : à part le point de coordonnées $(-1, 0)$, par quel point est-on sûr qu'elle passe aussi ? → le point de coordonnées $(0 ; -0,7)$
On va donc considérer que son ordonnée à l'origine est $-0,7$




Son coefficient directeur sera aussi $-0,7$, car, entre les 2 points identifiés, on "avance" de 1 et on "descend" de 0,7.

L'équation réduite de la droite $D_2$ sera donc :

$$y = -0,7x - 0,7$$

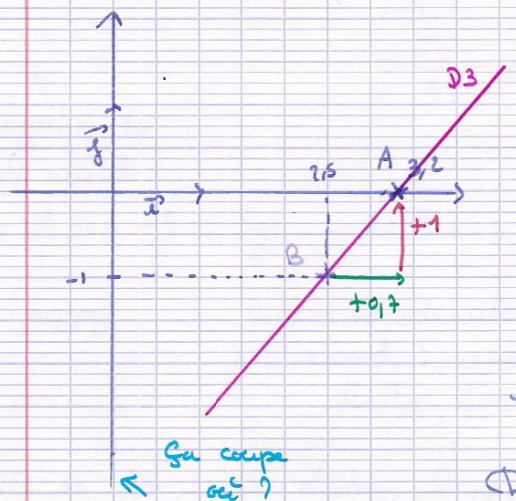
Mais, en maths, on préfère en général avoir affaire à une fraction simplifiée qu'à un nombre à virgule.

$$0,7 = \frac{7}{10}$$

L'équation réduite de la droite $D_2$ est : $y = -\frac{7}{10}x - \frac{7}{10}$

Suite de l'exercice 4.

* $D_3$ passe par les point de coordonnées $(2,5 ; -1)$ et $(3,2 ; 0)$




Ça coupe où ?

Son coefficient directeur est donc :

$$\frac{1}{0,7} = \frac{1}{\frac{7}{10}} = \boxed{\frac{10}{7}}$$

Etrais quelle est son ordonnée à l'origine, qu'on ne peut pas lire sur le graphique?

Déterminons-la par le calcul.

On sait que $D_3$ a une équation réduite de la forme $\boxed{y = \frac{10}{7}x + p}$

On sait que le point $A(3,2 ; 0)$ appartient à $D_3$.

Donc $0 = \frac{10}{7} \times 3,2 + p$

soit $0 = \frac{32}{7} + p$

soit $\boxed{-\frac{32}{7} = p}$

$D_3$ a donc pour équation réduite : $\boxed{y = \frac{10}{7}x - \frac{32}{7}}$

Je m'étais trompée : j'avais interverti l'abscisse et l'ordonnée !

Pour vérifier mon calcul, je regarde si les coordonnées de B $(2,5 ; -1)$, autre point de $D_3$, satisfont bien cette équation.

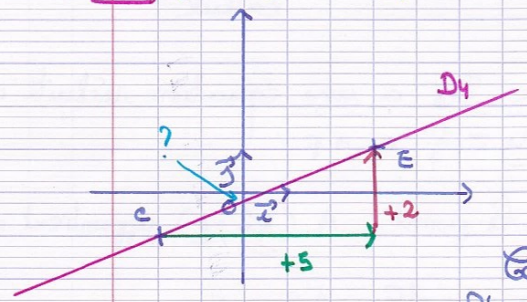
Je calcule $\frac{10}{7}x_B - \frac{32}{7} = \dots = \dots$ et je regarde si je trouve bien $y_B$.

$$\frac{10}{7} \times 2,5 - \frac{32}{7} = \frac{25}{7} - \frac{32}{7} = -\frac{7}{7} = -1$$

gagné !

J'ai toujours été étourdie en calcul, donc j'essaie de toujours trouver un moyen de vérifier mes calculs.

* $D_4$ passe par les points $C(-2 ; -1)$ et $E(3 ; 1)$




Son coefficient directeur est donc $\frac{2}{5}$ ou 0,4 si vous préférez l'écriture décimale.

Comme son ordonnée à l'origine n'est pas évidente à lire, calculons-la :

$D_4$ a pour coefficient directeur $\frac{2}{5}$, donc elle admet une équation réduite de la forme : $\boxed{y = \frac{2}{5}x + p}$

Le point $E(3 ; 1)$ appartient à $D_4$, donc :

$1 = \frac{2}{5} \times 3 + p \iff 3 - \frac{6}{5} = p$ (j'ai soustrait $\frac{5}{5}$ aux 2 membres de l'équation).

**Suite de l'exercice 4.** $p = 1 - \frac{6}{5} = \frac{1}{1} - \frac{6}{5} = \frac{1\times5}{1\times5} - \frac{6}{5} = \frac{5}{5} - \frac{6}{5}$

$p = -\frac{1}{5}$ ou $-0,2$

Je regarde sur le graphique si c'est plausible → ok

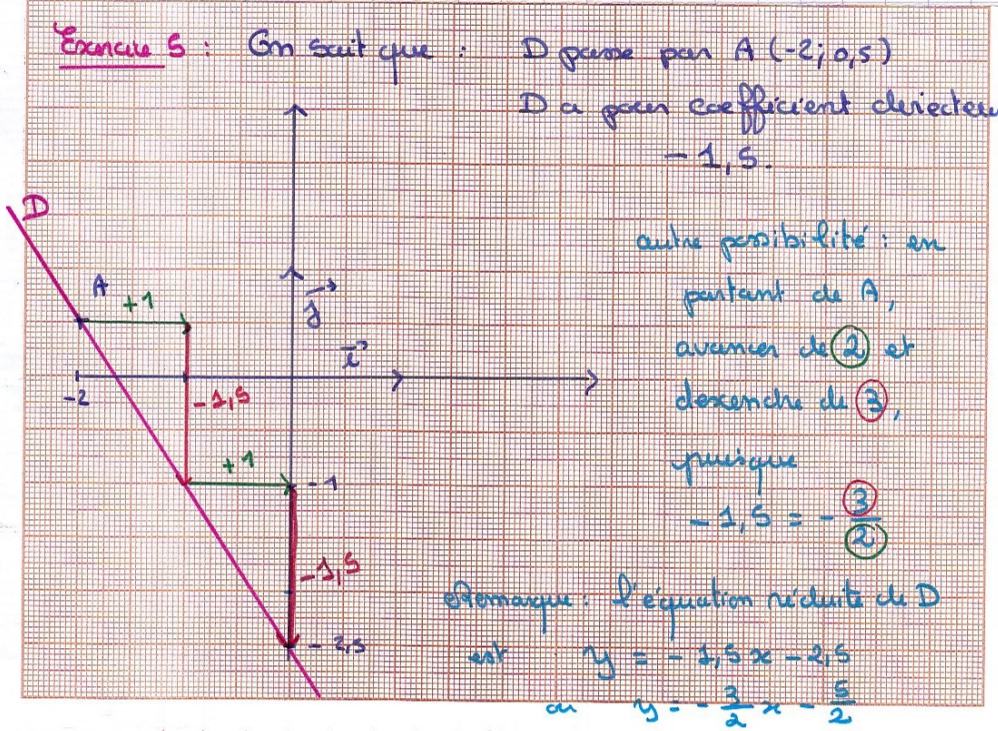
$D_4$ a donc pour équation réduite $\boxed{y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}}$

ou $\boxed{y = 0,4x - 0,2}$

Je vérifie que $C(-2;-1)$ appartient bien à la droite d'équation $y = 0,4x - 0,2$ :

$0,4x_C - 0,2 = 0,4\times(-2) - 0,2 = -0,8 - 0,2 = -1 = y_C$ ok

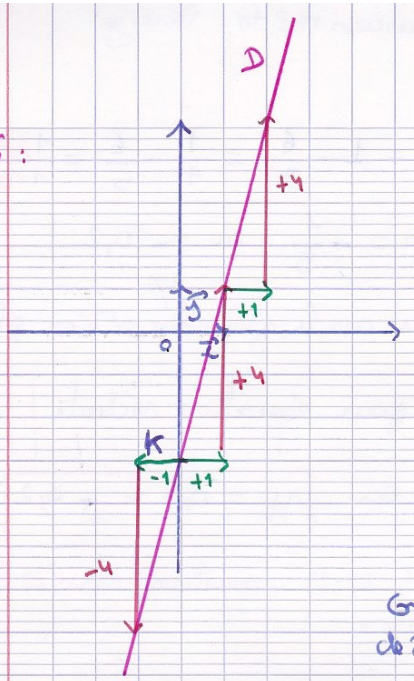
**Exercice 5 :** On sait que : D passe par $A(-2;0,5)$
D a pour coefficient directeur $-1,5$.




autre possibilité : en partant de A, avancer de (2) et descendre de (3), puisque $-1,5 = -\frac{3}{2}$

remarque : l'équation réduite de D est $y = -1,5x - 2,5$ ou $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

**Exercice 6 :**



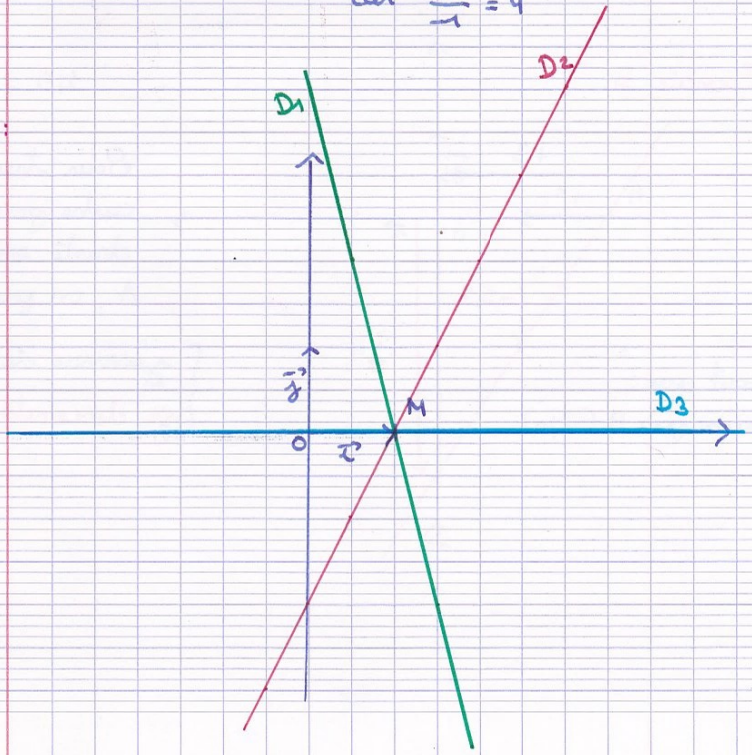

On sait que :
- D passe par $K(0;-3)$
- D a pour coefficient directeur 4.

En partant de K, on peut :
- "avancer" de 1
- "monter" de 4

On pourrait aussi : avancer de 2 et monter de 8, car $\frac{8}{2} = 4$

Ou encore reculer de 1 et descendre de 4 car $\frac{-4}{-1} = 4$

**Exercice 7 :**



**Exercice 8** On rappelle que : Deux droites sont parallèles (ou confondues) lorsqu'elles ont le même coefficient directeur.

Remarque : Les droites qui sont parallèles à l'axe des ordonnées n'ont pas de coefficient directeur, mais elles se reconnaissent à leur équation réduite de la forme $\boxed{x = c}$

En repère orthonormé, 2 droites sont perpendiculaires
* Soit lorsque l'une est parallèle à l'axe des abscisses (équation de la forme $y = p$) et l'autre parallèle à l'axe des ordonnées (équation de la forme $x = c$)
* Soit lorsque le produit de leurs coefficients directeurs vaut $-1$.

Il convient donc de déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de chacune des droites lorsqu'elles en admettent, ou de dire si elles sont parallèles à l'un des axes.

| droite | équation (réduite) | Coefficient directeur | Ordonnée à l'origine | parallèle à : |
|---|---|---|---|---|
| $(d_1)$ | $y = 0,5x - 2$ | $0,5$ | $-2$ | / |
| $(d_2)$ | $y = x - 4$ | $1$ | $-4$ | / |
| $(d_3)$ | $y = -x + 4$ | $-1$ | $4$ | / |
| $(d_4)$ | $y = 5$ | $0$ | $5$ | l'axe des abscisses |
| $(d_5)$ | $x + y - 5 = 0$ équivaut à $y = -x + 5$ | $-1$ | $5$ | / |

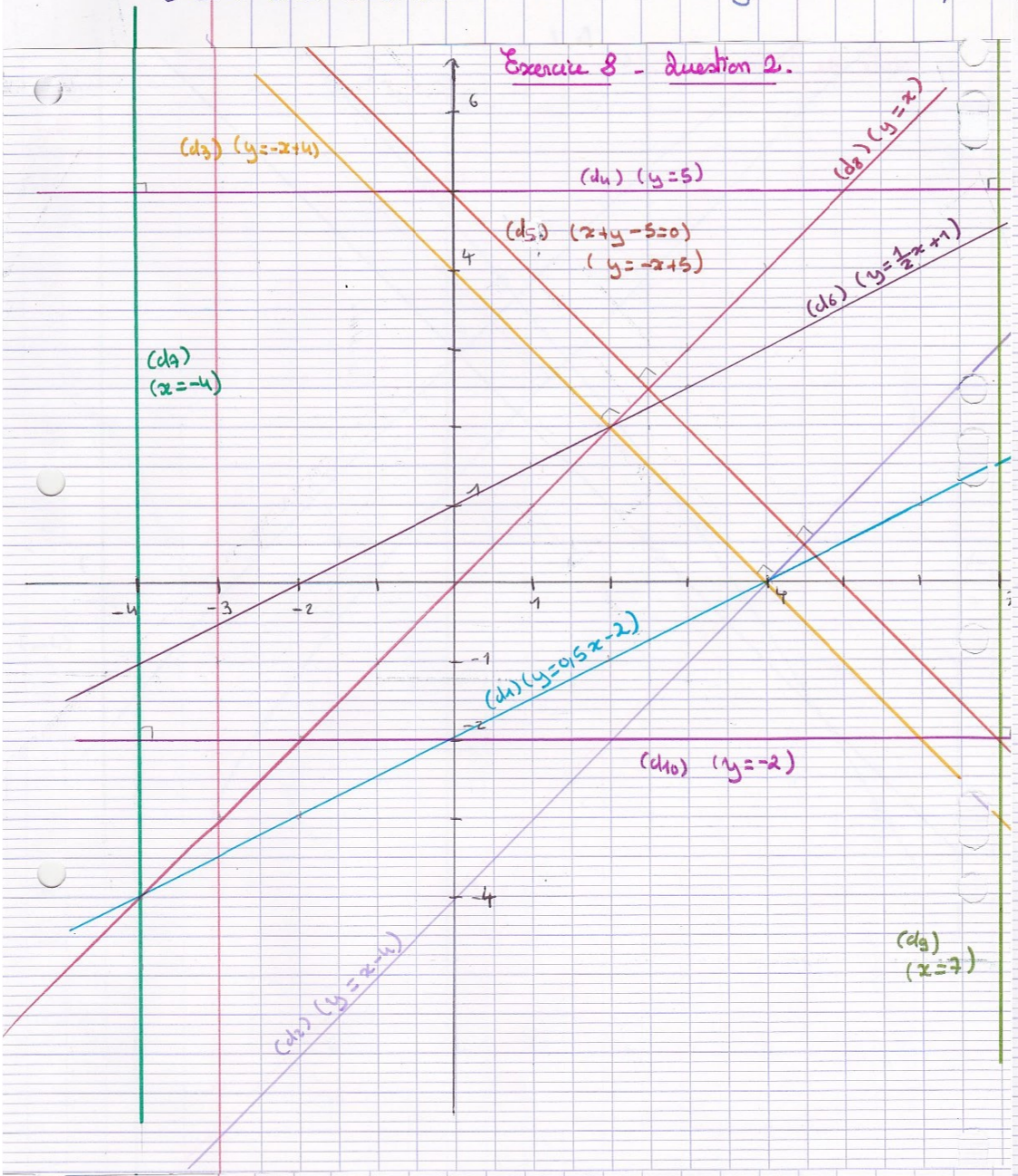
Nous remarquons que lorsque l'équation n'est pas de la forme $y = mx + p$ ni $x = c$, il nous faut la transformer par équivalences.

| droite | équation (réduite) | Coef. dir | Ordonnée à l'origine | Parallèle à : |
|---|---|---|---|---|
| $(d_6)$ | $y = \frac{1}{2}x + 1$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | / |
| $(d_7)$ | $x = -4$ | / | / | l'axe des ordonnées |
| $(d_8)$ | $y = x$ $(y = 1x + 0)$ | $1$ | $0$ | / |
| $(d_9)$ | $x = 7$ | / | / | l'axe des ordonnées |
| $(d_{10})$ | $y = -2$ $(y = 0x - 2)$ | $0$ | $-2$ | l'axe des abscisses |

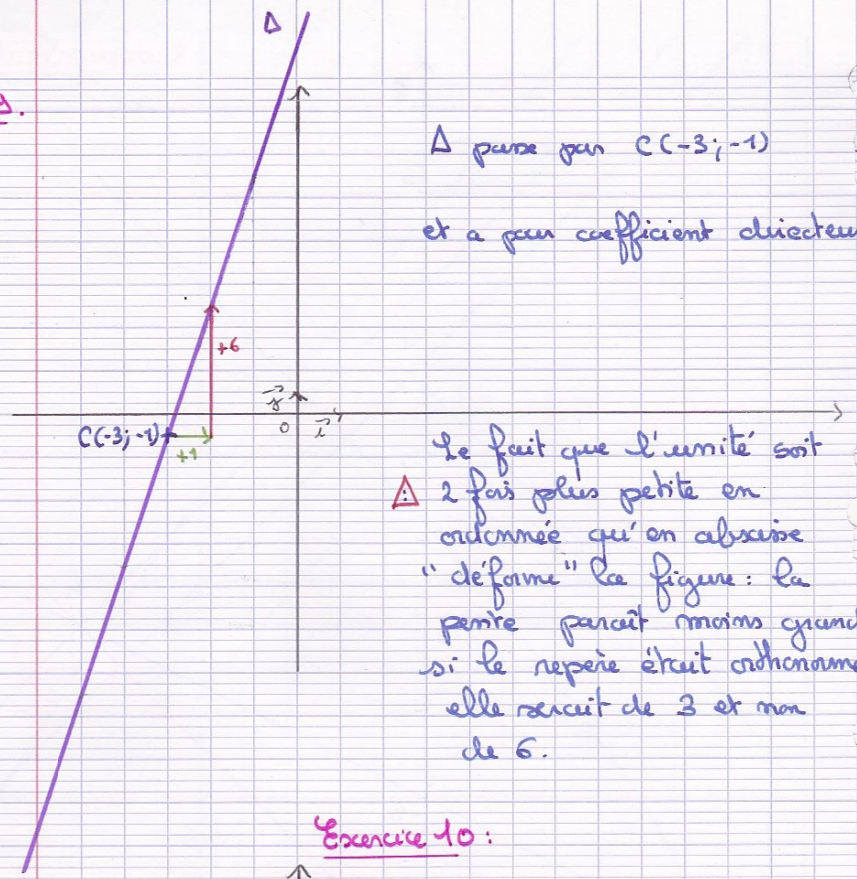
Droites qui sont parallèles entre elles :
* $(d_1)$ et $(d_6)$ leur coefficient directeur est $0,5 = \frac{1}{2}$
* $(d_2)$ et $(d_8)$
* $(d_3)$ et $(d_5)$
* $(d_4)$ et $(d_{10})$
* $(d_7)$ et $(d_9)$

Droites perpendiculaires :
* $(d_2)$ et $(d_8)$ sont perpendiculaires à $(d_3)$ et $(d_5)$
* $(d_4)$ et $(d_{10})$ sont perpendiculaires à $(d_7)$ et $(d_9)$

## Exercice 8 - Question 2.




## Exercice 9.



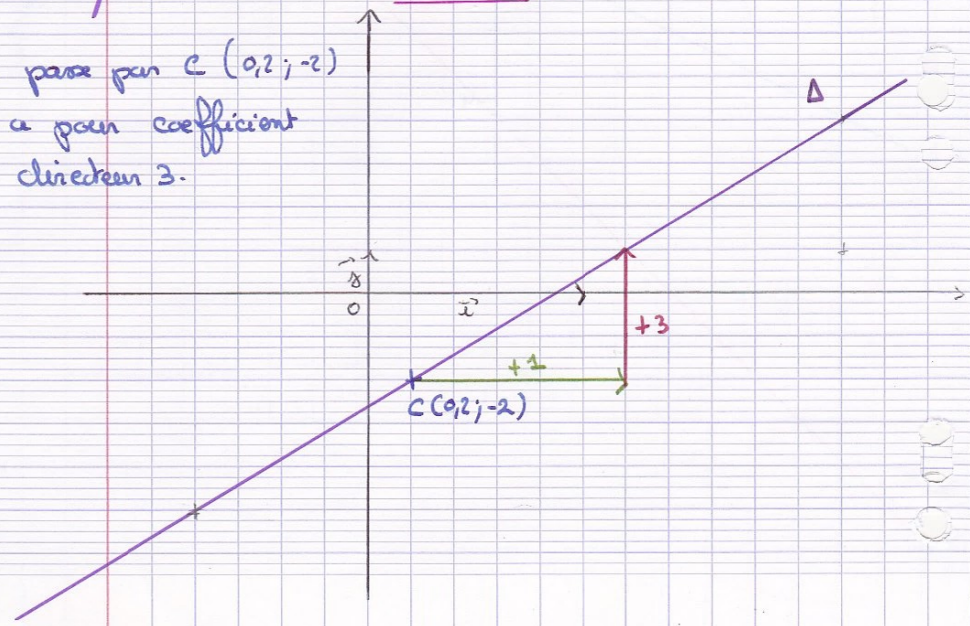

Δ passe par C(-3;-1)

et a pour coefficient directeur 6

⚠ Le fait que l'unité soit 2 fois plus petite en ordonnée qu'en abscisse "déforme" la figure : la pente paraît moins grande : si le repère était orthonormé, elle serait de 3 et non de 6.

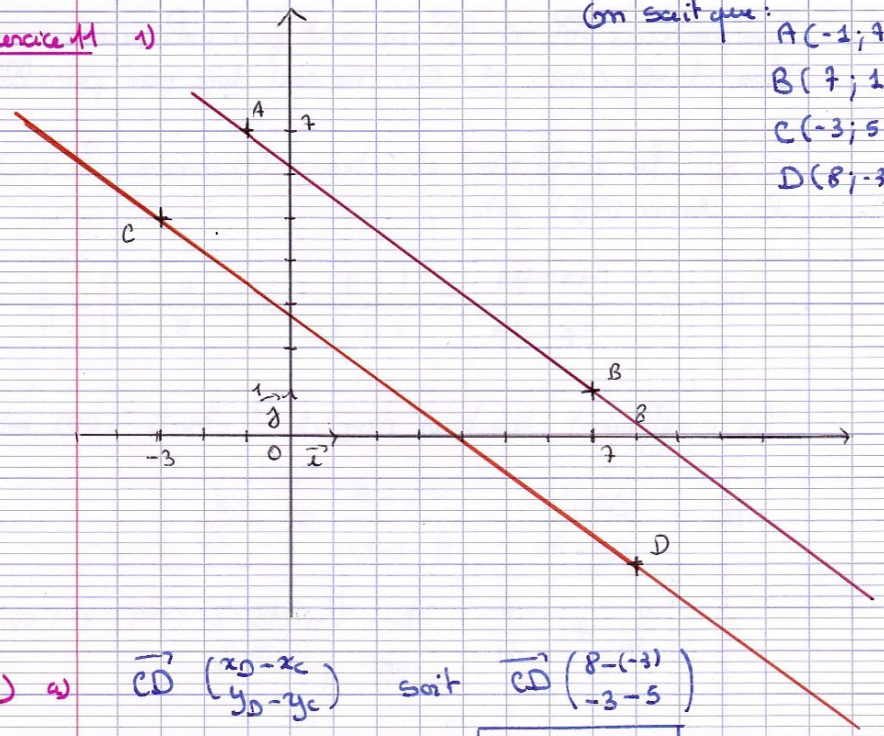
Δ passe par C(0,2;-2) et a pour coefficient directeur 3.

## Exercice 10 :



**Exercice 11** 1)

On sait que :
A(-1 ; 7)
B(7 ; 1)
C(-3 ; 5)
D(8 ; -3)




2) a) $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 8-(-3) \\ -3-5 \end{pmatrix}$

soit $\boxed{\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 11 \\ -8 \end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 7-(-1) \\ 1-7 \end{pmatrix}$ soit $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ seront colinéaires si et seulement si leurs coordonnées sont proportionnelles, soit si et seulement si le déterminant $\begin{vmatrix} 8 & 11 \\ -6 & -8 \end{vmatrix}$ est nul

Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ écrites en colonne — Coordonnées de $\overrightarrow{CD}$ écrites en colonne

$$\begin{vmatrix} 8 & 11 \\ -6 & -8 \end{vmatrix} = 8 \times (-8) - (-6) \times 11$$
$$= -64 + 66$$
$$= 2 \neq 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires.
Les droites (AB) et (CD) ne sont donc pas parallèles.

2) b) Le coefficient directeur (nommons-le $m_1$) de la droite (AB) est :

$$m_1 = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-7}{7-(-1)} = -\frac{6}{8} = \boxed{-\frac{3}{4}}$$

Le coefficient directeur $m_2$ de la droite (CD) est :

$$m_2 = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{-3-5}{8-(-3)} = \boxed{-\frac{8}{11}}$$

$-\frac{3}{4} \neq -\frac{8}{11}$ donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

3) (AB) admet une équation réduite de la forme :

$\boxed{y = -\frac{3}{4}x + p_1}$ — $p_1$ à déterminer

$A \in (AB)$ donc $y_A = -\frac{3}{4} x_A + p_1$

soit $7 = -\frac{3}{4} \times (-1) + p_1$

soit $7 = \frac{3}{4} + p_1$

soit $7 - \frac{3}{4} = p_1$

$p_1$ : ordonnée de l'origine de la droite (AB)

$$p_1 = 7 - \frac{3}{4} = \frac{7 \times 4}{1 \times 4} - \frac{3}{4} = \frac{28-3}{4} = \boxed{\frac{25}{4}}$$

L'équation réduite de (AB) est donc $\boxed{y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}}$

**Suite de l'exercice 11** Je vérifie que les coordonnées de B aussi sont solutions de cette équation :

$$-\frac{3}{4}x_B + \frac{25}{4} = -\frac{3}{4}\times 7 + \frac{25}{4} = -\frac{21}{4} + \frac{25}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$y_B$ — c'est gagné !

La droite (CD) a un coefficient directeur de $-\frac{8}{11}$, donc elle admet une équation réduite de la forme : $\boxed{y = -\frac{8}{11}x + p_2}$ — à déterminer

C appartient à (CD) donc $y_C = -\frac{8}{11}x_C + p_2$

Soit $5 = -\frac{8}{11}\times(-3) + p_2$

Soit $5 = \frac{24}{11} + p_2 \iff 5 - \frac{24}{11} = p_2$

$$p_2 = 5 - \frac{24}{11} = \frac{5\times 11}{1\times 11} - \frac{24}{11} = \frac{55-24}{11} = \boxed{\frac{31}{11}}$$

Je vérifie que les coordonnées de D auraient le même résultat : (C'est une autre manière de vérifier)

$$y_D = -\frac{8}{11}x_D + p_2 \iff -3 = -\frac{8}{11}\times 8 + p_2$$

$$\iff -\frac{3\times 11}{1\times 11} + \frac{8\times 8}{11} = \frac{-33+64}{11} = \frac{31}{11} \rightarrow \text{gagné !}$$

(CD) a pour équation réduite :

$$\boxed{y = -\frac{8}{11}x + \frac{31}{11}}$$

**Exercice 12 :** Δ a pour équation réduite $y = 1,4x - 1,2$

1) A(−0,5 ; −1,9) ($x_A$ ; $y_A$) On calcule $1,4x_A - 1,2$. Si le résultat est $y_A$, cela prouvera que le point A est sur la droite Δ.

$1,4\times(-0,5) - 1,2 = -0,7 - 1,2 = -1,9$ → c'est $y_A$.

A appartient donc à la droite Δ

2) B(2,4 ; 2,2) ($x_B$ ; $y_B$) On calcule $1,4x_B - 1,2$, puis on compare le résultat avec $y_B$.

$1,4\times 2,4 - 1,2 = 3,36 - 1,2 = 2,16 \neq 2,2$

$2,16 = 1,4x_B - 1,2$ ; $2,2 = y_B$

B n'appartient donc pas à la droite Δ.

3) C(620 ; 867,8) ($x_C$ ; $y_C$) On calcule $1,4x_C - 1,2$ et on compare le résultat à $y_C$.

$1,4\times 620 - 1,2 = 868 - 1,2 = 866,8 \neq 867,8$

$866,8 = 1,4x_C - 1,2$ ; $867,8 = y_C$

C n'appartient donc pas à la droite Δ.

**Exercice 13.** D a pour équation $y = -4x + 4,6$

A(1,4 ; −1) ($x_A$ ; $y_A$) B(3,5 ; −9,6) ($x_B$ ; $y_B$) C(5,7 ; −18,2) ($x_C$ ; $y_C$)

On calcule : $-4x_A + 4,6 = -4 \times 1,4 + 4,6$
$= -5,6 + 4,6$
$= -1$
$= y_A$

→ A appartient à la droite $\mathcal{D}$.

$-4x_B + 4,6 = -4 \times 3,5 + 4,6$
$= -14 + 4,6$
$= -9,4$
$\neq -9,6$ ($= y_B$)

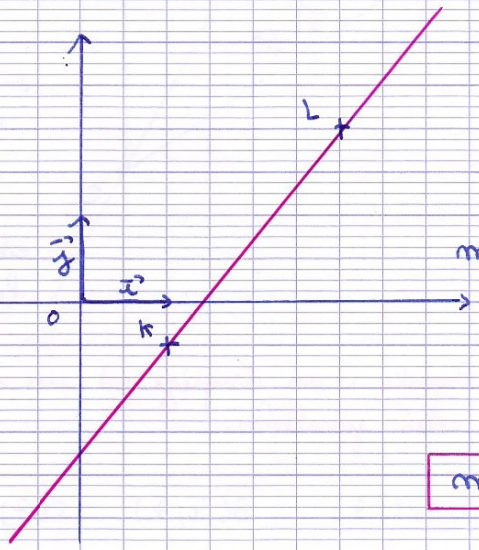
→ B n'appartient pas à la droite $\mathcal{D}$.

$-4x_C + 4,6 = -4 \times 5,7 + 4,6$
$= -22,8 + 4,6$
$= -18,2$
$= y_C$

→ C appartient à la droite $\mathcal{D}$.

## Exercice 14.

Hypothèses : $K(1 ; -0,5)$ ($x_K$ ; $y_K$) $L(3 ; 2)$ ($x_L$ ; $y_L$)




$x_K \neq x_L$ donc (KL) admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$

$$m = \frac{y_L - y_K}{x_L - x_K} = \frac{2-(-0,5)}{3-1} = \frac{2,5}{2}$$

$$m = 1,25$$

On cherche $p$ sachant que :
- (KL) a une équation de la forme $y = 1,25x + p$
- $L(3 ; 2) \in (KL)$ ($x_L$ ; $y_L$)

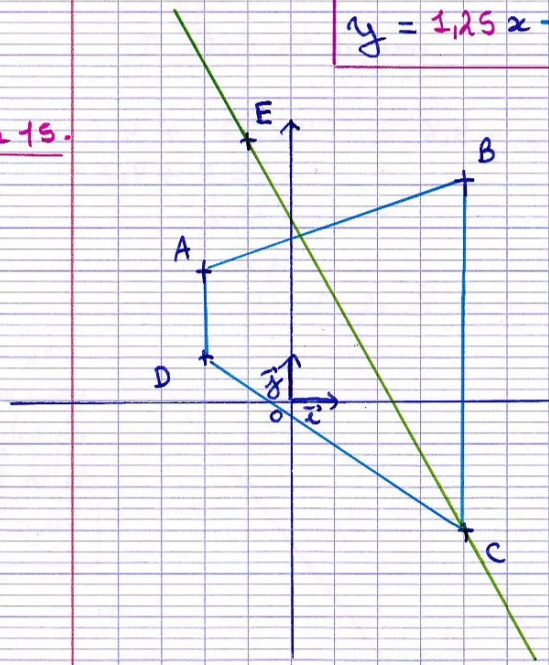
$y_L = 1,25x_L + p$

soit $2 = 1,25 \times 3 + p$
soit $2 = 3,75 + p$
soit $-1,75 = p$ (on retranche $3,75$ de chaque côté)

L'équation réduite de la droite (KL) est donc :

$$y = 1,25x - 1,75$$

## Exercice 15.




La figure n'est pas demandée, mais je la fais afin de vérifier par lecture graphique la cohérence de mes résultats.
↳ Ça me permet de conjecturer du 1er coup d'œil que le quadrilatère ABCD est un trapèze de bases (AD) et (BC)

Rappel : un trapèze est un quadrilatère qui a 2 côtés parallèles.

Hypothèses : $A(-2 ; 3)$ $B(4 ; 5)$ $C(4 ; -3)$ $D(-2 ; 1)$

Suite de l'exercice 15

1) * A(-2;3) et B(4;5) $x_A \neq x_B$ donc (AB) admet une équation réduite de la forme $y = mx+p$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-3}{4-(-2)} = \frac{2}{4+2} = \frac{2}{6} = \frac{2\times 1}{2\times 3} = \frac{1}{3}$$

l'équation réduite de (AB) est donc $y = \frac{1}{3}x + p$

A(-2;3) ∈ (AB), donc ses coordonnées vérifient l'équation de (AB) :

$$y_A = \frac{1}{3}x_A + p$$

soit $3 = \frac{1}{3}\times(-2) + p$

soit $3 = -\frac{2}{3} + p$

soit $3 + \frac{2}{3} = p$ (+2/3)

soit $\frac{3\times 3}{1\times 3} + \frac{2}{3} = p$

soit $\frac{9}{3} + \frac{2}{3} = p$

donc $\frac{11}{3} = p$

L'équation réduite de (AB) est donc : $y = \frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$

* B(4;5) et C(4;-3) - $x_B = x_C = 4$

Donc la droite (BC) a pour équation réduite : $x = 4$

* C(4;-3) et D(-2;1) $x_C \neq x_D$ donc (CD) admet une équation réduite de la forme $y = mx+p$

$$m = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{1-(-3)}{-2-4} = \frac{1+3}{-6} = \frac{4}{-6} = -\frac{2\times 2}{2\times 3} = -\frac{2}{3}$$

L'équation réduite de (CD) est donc $y = -\frac{2}{3}x + p$

C(4;-3) ∈ (CD) donc $y_C = -\frac{2}{3}x_C + p$

soit $-3 = -\frac{2}{3}\times 4 + p$

soit $-3 = -\frac{8}{3} + p$ (+8/3)

soit $-3 + \frac{8}{3} = p$

$$p = -\frac{3\times 3}{1\times 3} + \frac{8}{3} = -\frac{9}{3} + \frac{8}{3} = -\frac{1}{3}$$

L'équation réduite de (CD) est donc $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

* A(-2;3) et D(-2;1) $x_A = x_D = -2$

L'équation réduite de la droite (AD) est donc : $x = -2$

2) (AD) et (BC) sont toutes deux parallèles à l'axe des ordonnés, donc elles sont parallèles entre elles (si 2 droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles)

(AB) et (DC) ne sont ni parallèles ceux ceux, ni

Suite de l'exercice 15.

parallèles entre elles. Ce n'a pas d'angle droit, ni en A, ni en B, ni en C, ni en D (pour cela, il faudrait que (AB) ou (CD) soit parallèle à l'axe des abscisses, puisque le repère est orthogonal, ce n'est pas le cas).

→ On sait pour le moment que ABCD est un trapèze de bases (AD) et (BC).

→ On peut chercher à savoir s'il s'agit ou non d'un trapèze isocèle en calculant et comparant les longueurs AB et CD → le calcul de ces longueurs peut se faire à l'aide des formules suivantes uniquement parce qu'on est en repère orthonormé.

A(-2;3) B(4;5)

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$= \sqrt{(4-(-2))^2 + (5-3)^2}$$
$$= \sqrt{6^2 + 2^2}$$
$$= \sqrt{36 + 4}$$
$$= \sqrt{40}$$
$$= \sqrt{4 \times 10}$$
$$= \sqrt{4} \times \sqrt{10} \quad \rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

C(4;-3) D(-2;1)

$$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$$
$$= \sqrt{(-2-4)^2 + (1-(-3))^2}$$
$$= \sqrt{(-6)^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{36 + 16}$$
$$= \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = \sqrt{4}\sqrt{13} = 2\sqrt{13}$$

$AB \neq CD$ → le trapèze ABCD n'est pas isocèle.

3) E(-1;6) C(4;-3) ($x_E$, $y_E$, $x_C$, $y_C$)

$x_E \neq x_C$ donc (CE) admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$

$$m = \frac{y_E - y_C}{x_E - x_C} = \frac{6-(-3)}{-1-4} = -\frac{9}{5}$$

L'équation réduite de (CE) est donc : $y = -\frac{9}{5}x + p$

$E(-1;6) \in (CE)$ donc $y_E = -\frac{9}{5}x_E + p$

soit $6 = -\frac{9}{5} \times (-1) + p$

soit $6 = \frac{9}{5} + p$

soit $6 - \frac{9}{5} = p$

soit $\frac{6 \times 5}{1 \times 5} - \frac{9}{5} = p$

soit $\frac{30}{5} - \frac{9}{5} = p$

soit $\frac{21}{5} = p$

→ L'équation réduite de la droite (CE) est donc :

$$y = -\frac{9}{5}x + \frac{21}{5}$$

→ Pour que (EC) soit perpendiculaire à une droite D, il faudrait que celle-ci ait pour coefficient directeur $\frac{5}{9}$, afin que le produit de leurs coefficients directeurs vaille $-1$ : car $-\frac{9}{5} \times \frac{5}{9} = -\frac{9 \times 5 \times 1}{5 \times 9 \times 1} = -1$.

Suite de l'exercice 16.

L'équation réduite de (BC) est donc de la forme $y = -\frac{4}{3}x + p$

$B(4;7) \in (BC)$ donc $y_B = -\frac{4}{3}x_B + p$

soit $7 = -\frac{4}{3} \times 4 + p$

soit $7 = -\frac{16}{3} + p$

$+\frac{16}{3}$ ( soit $7 + \frac{16}{3} = p$ ) $+\frac{16}{3}$

soit $\frac{7 \times 3}{1 \times 3} + \frac{16}{3} = p$

soit $\frac{21}{3} + \frac{16}{3} = p$

soit $\boxed{\frac{37}{3} = p}$

(BC) a pour équation réduite : $\boxed{y = -\frac{4}{3}x + \frac{37}{3}}$

* Droite (CD) $C(7;3)$ et $D(2;-3)$
$x_C \; y_C$ $x_D \; y_D$

$x_C \neq x_D$ donc (CD) admet une équation réduite de la forme $\boxed{y = mx + p}$

$$m = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{-3-3}{2-7} = \frac{-6}{-5} = \boxed{\frac{6}{5}}$$

L'équation réduite de (CD) est donc de la forme $y = \frac{6}{5}x + p$

$C(7;3) \in (CD)$ donc $y_C = \frac{6}{5}x_C + p$ soit $3 = \frac{6}{5} \times 7 + p$

soit $3 = \frac{42}{5} + p$ soit $3 - \frac{42}{5} = p$ soit $\frac{3 \times 5}{1 \times 5} - \frac{42}{5} = p$

soit $\frac{15}{5} - \frac{42}{5} = p$ soit $\boxed{-\frac{27}{5} = p}$

L'équation réduite de (CD) est donc $\boxed{y = -\frac{4}{3}x + \frac{37}{3}}$

* Droite (DA) $A(-2;3)$ $D(2;-3)$
$x_A \; y_A$ $x_D \; y_D$

$x_A \neq x_D$ donc la droite (DA) admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$

$$m = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = \frac{-3-3}{2-(-2)} = \frac{-6}{4} = \frac{-2 \times 3}{2 \times 2} = \boxed{-\frac{3}{2}}$$

L'équation réduite de (DA) est donc de la forme

$y = -\frac{3}{2}x + p$

$A(-2;3) \in (DA)$ donc $y_A = -\frac{3}{2}x_A + p$

soit $3 = -\frac{3}{2} \times (-2) + p$

soit $3 = 3 + p$

soit $-3$ ( $\boxed{0 = p}$ ) $-3$

(DA) a donc pour équation réduite $\boxed{y = -\frac{3}{2}x}$

2) (AB) a pour coefficient directeur $\frac{2}{3}$

(AD) a pour coefficient directeur $-\frac{3}{2}$

$\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{2 \times 3 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = -1$ et on est en repère orthonormé

→ les droites (AB) et (AD) sont donc perpendiculaires

→ le triangle ABD est donc rectangle en A.

Est-il rectangle-isocèle ? Pour le savoir, calculons

Fin de l'exercice 15

Ce n'est le cas d'aucune des 4 droites dont nous avons déterminé des équations réduites à la question 1 :

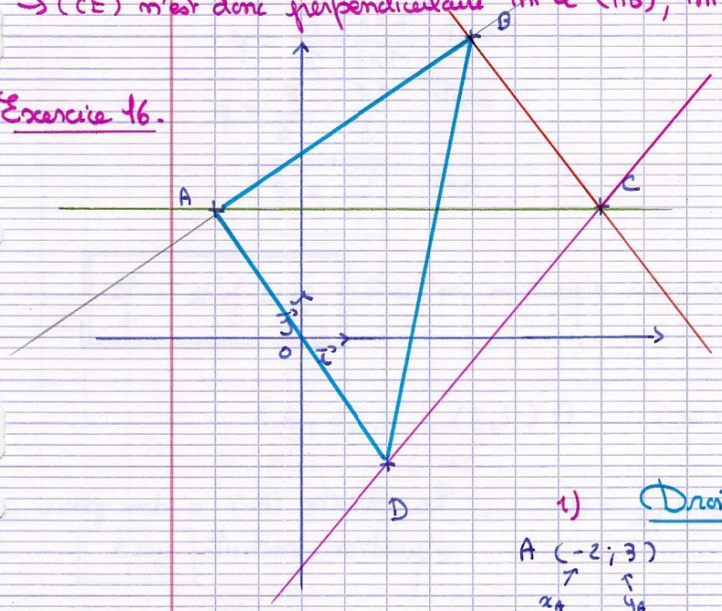
→ (AD) et (BC) n'ont pas de coefficient directeur puisqu'elles sont parallèles à l'axe des ordonnées.

→ (AB) a pour coefficient directeur $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{3} \neq \frac{5}{9}$.

→ (CD) a pour coefficient directeur $-\frac{2}{3}$ et $-\frac{2}{3} \neq \frac{5}{9}$.

→ (CE) n'est donc perpendiculaire ni à (AB), ni à (CD), ni à (BC), ni à (DA).

## Exercice 16.




Hypothèses :

A (-2 ; 3)

B (4 ; 7)

C (7 ; 3)

D (2 ; -3)

1) Droite (AB)

A (-2 ; 3) et B (4 ; 7)

$x_A$ $y_A$ $x_B$ $y_B$

$x_A \neq x_B$ donc (AB) admet une équation réduite de la forme $\boxed{y = mx + p}$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{7-3}{4-(-2)} = \frac{4}{6} = \frac{2\times 2}{2\times 3} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

L'équation réduite de (AB) est donc de la forme : $\boxed{y = \frac{2}{3}x + p}$

$B(4;7) \in (AB)$ donc $y_B = \frac{2}{3}x_B + p$

soit $7 = \frac{2}{3}\times 4 + p$

soit $7 = \frac{8}{3} + p$

soit $7 - \frac{8}{3} = p$

soit $\frac{7\times 3}{1\times 3} - \frac{8}{3} = p$

soit $\frac{21}{3} - \frac{8}{3} = p$

soit $\boxed{\frac{13}{3} = p}$

(AB) a donc pour équation réduite $\boxed{y = \frac{2}{3}x + \frac{13}{3}}$

* Droite (AC) A (-2 ; 3) C (7 ; 3)

$y_A$ $y_C$

$y_A = y_C = 3$ → La droite (AC) a donc pour équation réduite $\boxed{y = 3}$

* Droite (BC) B (4 ; 7) C (7 ; 3)

$x_B$ $y_B$ $x_C$ $y_C$

$x_B \neq x_C$ donc (BC) admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$

$$m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{3-7}{7-4} = \boxed{-\frac{4}{3}}$$

Fin de l'exercice 16

les longueurs AB et AD. Le fait qu'on soit en repère orthonormé nous autorise à utiliser les formules suivantes:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(4-(-2))^2 + (7-3)^2}$$

$$AB = \sqrt{6^2 + 4^2}$$

$$AB = \sqrt{36 + 16}$$

$$\underline{AB} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = \sqrt{4} \times \sqrt{13} = \underline{2\sqrt{13}}$$

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(2-(-2))^2 + (-3-3)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{16 + 36}$$

$$\underline{AD} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = \sqrt{4} \times \sqrt{13} = \underline{2\sqrt{13}}$$

(AB) ⊥ (AD) et AB = AD donc le triangle ABD est rectangle-isocèle en A.

Exercice 17 (d) a pour équation $y = -3x + 1$.

Cette droite a pour coefficient directeur −3 donc elle n'est pas parallèle aux axes. Elle a donc un point d'intersection (que je vais nommer X) avec l'axe des abscisses, et un point d'intersection (que je vais nommer Y) avec l'axe des ordonnées.

X est sur l'axe des abscisses. Il a donc pour ordonnée 0.

X ∈ (d) donc ses coordonnées vérifient l'équation de (d).

On a donc $y_X = -3x_X + 1$

soit $0 = -3x_X + 1$ (−1)

soit $-1 = -3x_X$ (:(−3))

soit $\frac{1}{3} = x_X$

→ les coordonnées du point X, intersection de la droite (d) et de l'axe des abscisses, sont : $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$

2) (d) a pour équation réduite $y = -3x + 1$
donc son ordonnée à l'origine est 1
Donc les coordonnées de son point d'intersection avec l'axe des ordonnées sont (0;1)

3) Nommons C le point de (d) d'abscisse −4.
On a : $y_C = -3x_C + 1$ et $x_C = -4$

donc $y_C = -3 \times (-4) + 1 = 12 + 1 = 13$

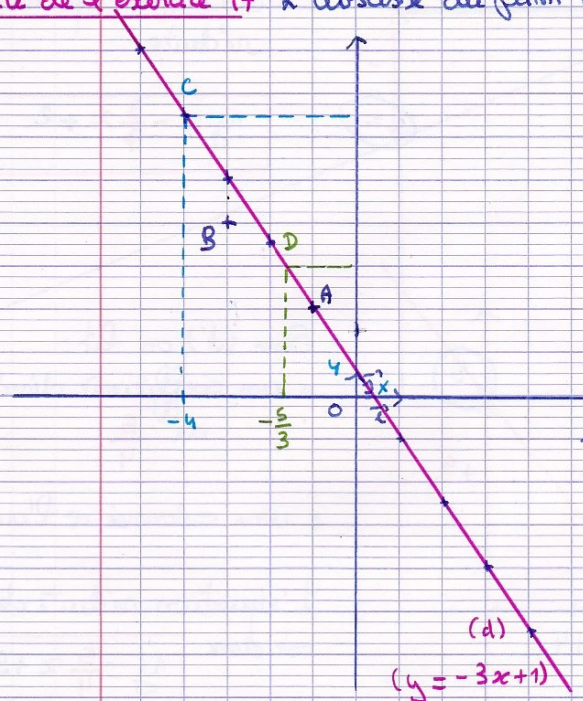
L'ordonnée du point de (d) d'abscisse −4 est 13

4) Nommons D le point de (d) d'ordonnée 6.
D ∈ (d) donc $y_D = -3x_D + 1$ et $y_D = 6$

donc $6 = -3x_D + 1$ soit $5 = -3x_D$

soit $-\frac{5}{3} = x_D$

**Suite de l'exercice 17** L'abscisse du point de (d) d'ordonnée 6 est $\boxed{-\frac{5}{3}}$




5) A(-1;4). Ses coordonnées vérifient-elles l'équation réduite de (d)

$-3x_A + 1 = -3\times(-1)+1$
$= 3+1$
$= 4$
$= y_A$

→ Oui, les coordonnées de A vérifient l'équation de (d) donc $A \in (d)$

B(-3;8) - Les coordonnées de B vérifient-elles l'équation de (d) ?

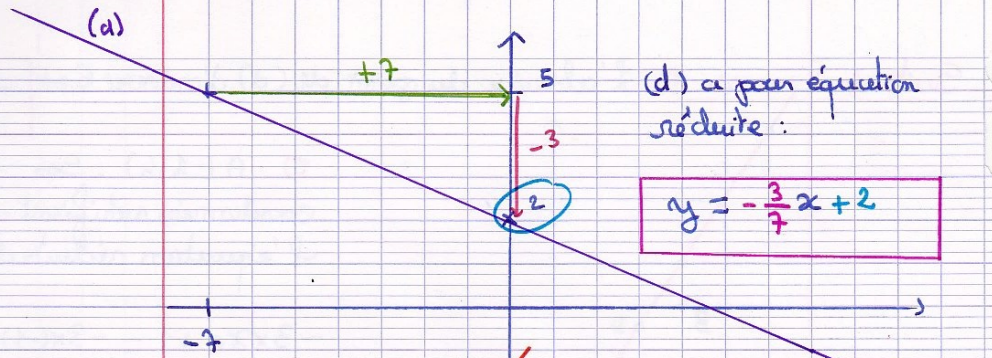
$-3x_B + 1 = -3\times(-3)+1 = 9+1 = 10$ $\quad 10 \neq 8$, $10 \neq y_B$

→ Les coordonnées de B ne vérifient pas l'équation réduite de (d)

→ Donc $B \notin (d)$.

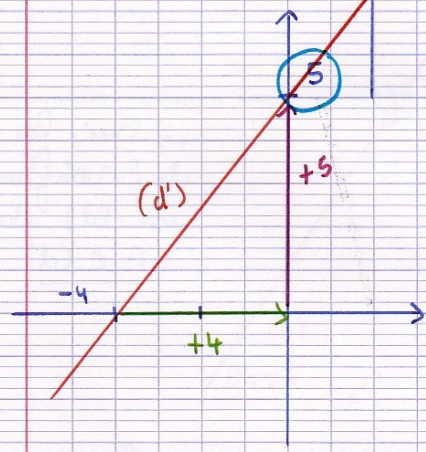
**Exercice 18** 1) (d) passe par le point de coordonnées (0;2) → son ordonnée à l'origine est 2.

(d) semble passer par le point de coordonnées (-7;5). On lit un coefficient directeur de $-\frac{3}{7}$.



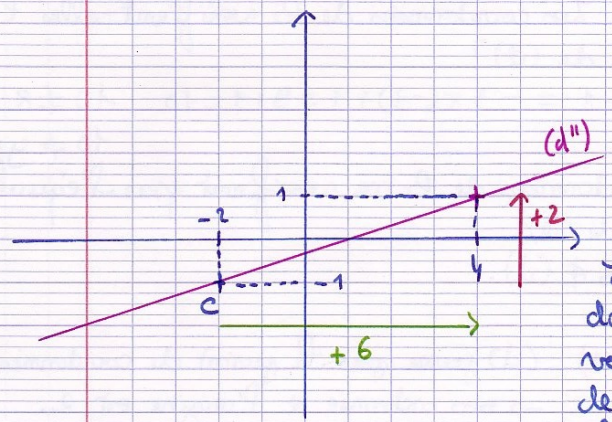

(d) a pour équation réduite :

$\boxed{y = -\frac{3}{7}x + 2}$




Pour (d') on lit :
* un coefficient directeur de $\frac{5}{4}$
* une ordonnée à l'origine de 5.

L'équation réduite de (d') est donc $\boxed{y = \frac{5}{4}x + 5}$




* Pour (d"), on lit un coefficient directeur de $\frac{2}{6}$ soit $\boxed{\frac{1}{3}}$.

Le point C(-2;-1) ∈ (d") donc ses coordonnées vérifient l'équation réduite de (d") qui est de la forme $y = \frac{1}{3}x + p$

On a donc : $y_C = \frac{1}{3}x_C + p$

soit $-1 = \frac{1}{3}\times(-2) + p$

soit $-1 = -\frac{2}{3} + p$

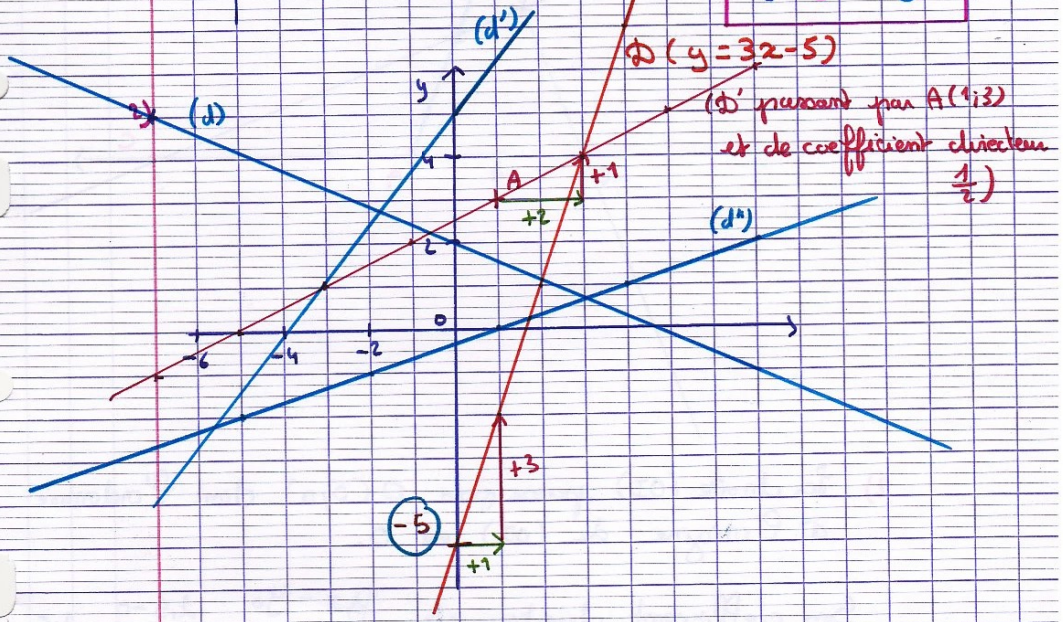
**Suite de l'exercice 18.**

soit $-1 + \frac{2}{3} = p$

soit $-\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = p$

soit $\boxed{-\frac{1}{3} = p}$ ?

L'équation réduite de (d'') est donc $\boxed{y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}}$




**Exercice 19** Hypothèses : A(2;0) B(0;5) C(5;0) D(0;2)

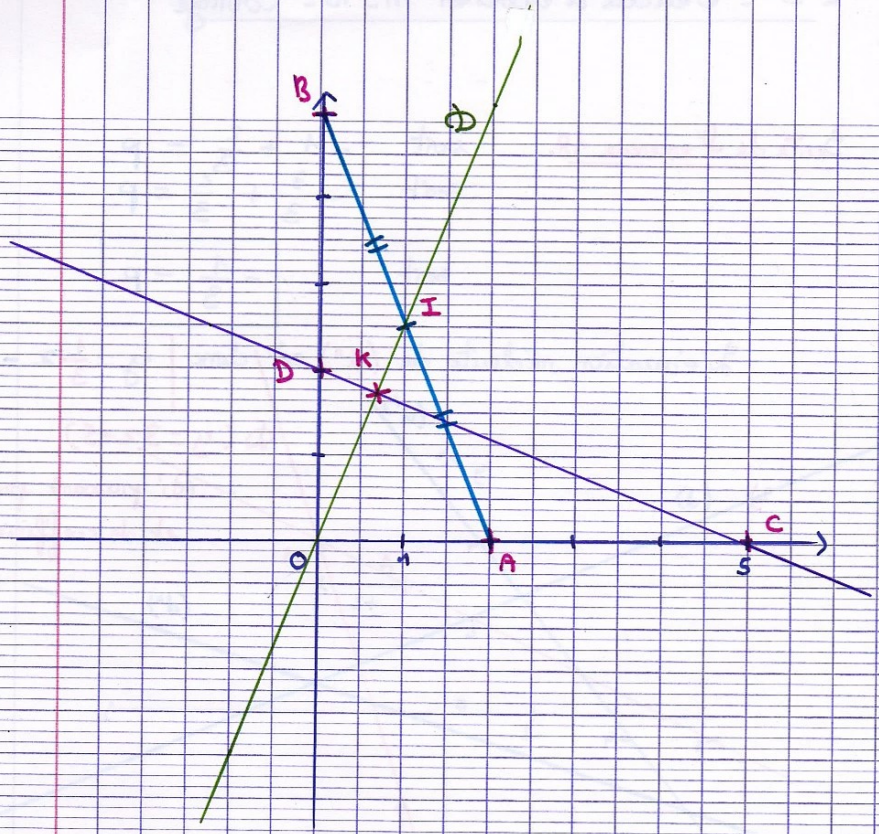
1) Formule des coordonnées du milieu I d'un segment [AB] :

$I\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ $I\left(\frac{2+0}{2} ; \frac{0+5}{2}\right)$

$I\left(\frac{2}{2} ; \frac{5}{2}\right)$

Les coordonnées du milieu d'un segment s'obtiennent en faisant la moyenne des coordonnées des extrémités du segment.

$\boxed{I\ (1 ; 2{,}5)}$




2) La droite (OI) passe par O(0;0) donc l'ordonnée à l'origine de (OI) est 0.

Son coefficient directeur est : $\frac{y_I - y_O}{x_I - x_O} = \frac{2{,}5 - 0}{1 - 0} = 2{,}5$

L'équation réduite de la droite (OI) est donc :

$\boxed{y = 2{,}5x}$

3) La droite (CD) passe par D(0;2) donc son ordonnée à l'origine est 2 (parce qu'elle n'est pas parallèle à l'axe des abscisses, aussi).

Son coefficient directeur est : $\frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{2 - 0}{0 - 5} = -\frac{2}{5}$

**Suite de l'exercice 19.** L'équation réduite de la droite (CD) est donc : $\boxed{y = -\frac{2}{5}x + 2}$

4) K est le point d'intersection des droites (OI) et (CD). Ses coordonnées $(x_K ; y_K)$ vérifient donc le système :

$$\begin{cases} y = 2{,}5x & \longrightarrow \text{équation de (OI)} \\ y = -\frac{2}{5}x + 2 & \longrightarrow \text{équation de CD} \end{cases}$$

On a donc : $y_K = 2{,}5x_K = -\frac{2}{5}x_K + 2$

donc $\frac{5}{2}x_K = -\frac{2}{5}x_K + 2$ ( j'ai remplacé 2,5 par sa valeur fractionnaire $\frac{5}{2}$ )

soit $\frac{5}{2}x_K + \frac{2}{5}x_K = 2$

soit $\frac{5\times5}{2\times5}x_K + \frac{2\times2}{5\times2}x_K = 2$

soit $\frac{25}{10}x_K + \frac{4}{10}x_K = 2$

soit $\frac{29}{10}x_K = 2$

soit $x_K = 2 \times \frac{10}{29}$ soit $\boxed{x_K = \frac{20}{29}}$

$\boxed{y_K = \frac{5}{2}x_K = \frac{5}{2} \times \frac{20}{29} = \frac{5\times2\times10}{2\times29} = \frac{50}{29}}$

K a pour coordonnées $\boxed{\left(\frac{20}{29} ; \frac{50}{29}\right)}$

5) (OI) ou (OK) a pour coefficient directeur $\frac{5}{2}$.

(DC) ou (DK) a pour coefficient directeur $-\frac{2}{5}$.

$\frac{5}{2} \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{5\times2\times1}{2\times5\times1} = -1$

On est en repère orthonormé. Le produit des coefficients directeurs de (OK) et (OD) est -1. Donc les droites (OK) et (OD) sont perpendiculaires. Le triangle OKD est donc rectangle en K.

6) Nommons D la droite (OI) qui est aussi la droite (OK) puisque K est le point d'intersection entre (OI) et (CD).

D passe par le milieu I de [AB] dans le triangle OAB, et par le sommet opposé O → D est donc la médiane issue de O dans le triangle OAB.

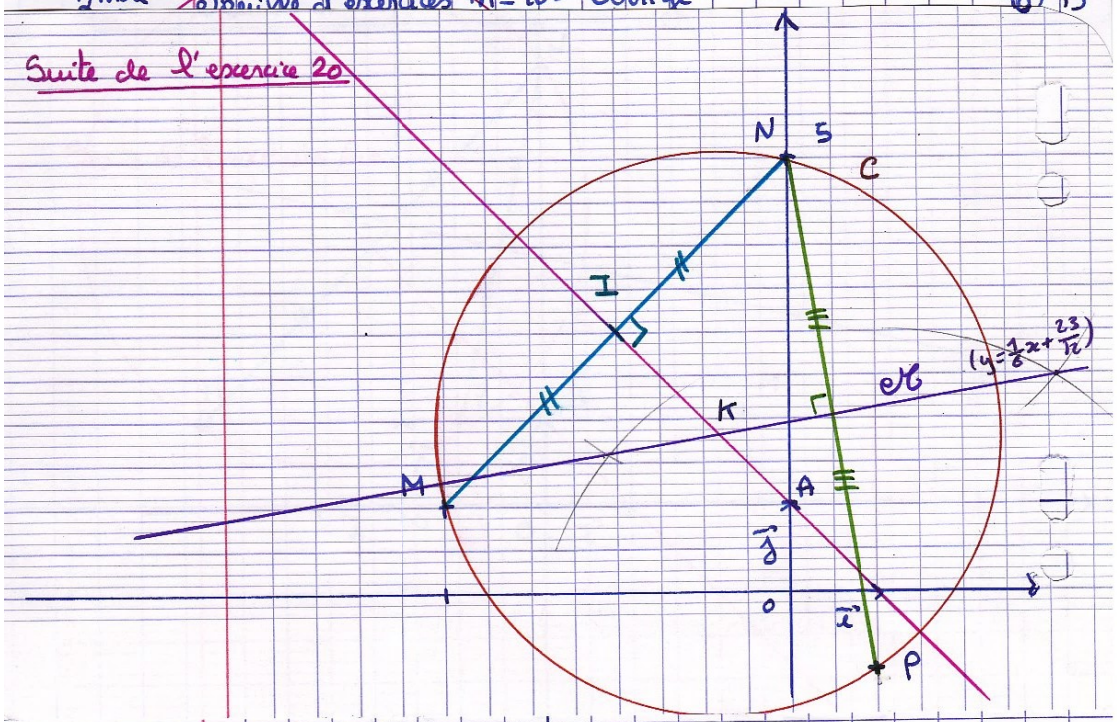
Dans le triangle OCD
* D passe par O
* D est perpendiculaire à (DC)
→ D est donc la hauteur issue de O dans le triangle OCD.

La médiane issue de O dans le triangle OAB est donc bien aussi la hauteur issue de O dans le triangle OCD.

**Exercice 20** Hypothèses :
* le repère est orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$
* M(-4 ; 1)
* N(0 ; 5)
* P(1 ; -1)
* A(0 ; 1)

→ Même si aucune figure n'est demandée, je vais m'en faire une pour mieux me représenter la situation.

Suite de l'exercice 20




1) a) I est le milieu de [MN]. I a donc pour coordonnées : $\left(\frac{x_M+x_N}{2} ; \frac{y_M+y_N}{2}\right)$

soit $I\left(\frac{-4+0}{2} ; \frac{1+5}{2}\right)$ soit $\boxed{I\ (-2;3)}$

b) On est en repère orthonormé. On peut donc appliquer les formules de calcul des longueurs :

$AM = \sqrt{(x_M-x_A)^2+(y_M-y_A)^2} = \sqrt{(-4-0)^2+(1-(1))^2}$

$= \sqrt{(-4)^2+0^2} = \sqrt{16+0}$

$\boxed{AM = 4}$

$AN = \sqrt{(x_N-x_A)^2+(y_N-y_A)^2} = \sqrt{(0-0)^2+(5-1)^2}$

$= \sqrt{0^2+4^2} = \sqrt{16}$ $\boxed{AN = 4}$

→ On a donc bien AM = AN.

c) I et A sont tous deux équidistants des extrémités M et N du segment [MN]. I ≠ A donc la droite (IA) est la médiatrice du segment [MN]

Calculons son équation réduite.
(IA) passe par I (-2;3) et par A(0;1)

Son ordonnée à l'origine est donc 1.

Son coefficient directeur est :

$\frac{y_I-y_A}{x_I-x_A} = \frac{3-1}{-2-0} = \frac{2}{-2} = -1$

L'équation réduite de la droite (IA), donc de la médiatrice du segment [MN] est donc $\boxed{y=-x+1}$

CQFD

2) La médiatrice de [NP] qui a équation réduite $\boxed{y=\frac{1}{6}x+\frac{23}{12}}$, nommons-la $\mathscr{C}$.

a) On sait que le centre du cercle circonscrit d'un triangle est aussi le point de concours des médiatrices de ses côtés. Ainsi, le point K, défini comme étant le centre du cercle circonscrit au triangle MNP, est l'intersection :

* De la droite (IA) d'équation $y=-x+1$

et * De la droite $\mathscr{C}$ d'équation $y=\frac{1}{6}x+\frac{23}{12}$

Suite de l'exercice 2a) Ses coordonnées vérifient donc le système $\begin{cases} y = -x+1 \\ y = \frac{1}{6}x + \frac{23}{12} \end{cases}$

On a donc : $-\frac{1}{6}x_K - 1$ (E)

$\begin{cases} -x_K + 1 = \frac{1}{6}x_K + \frac{23}{12} \\ -x_K - \frac{1}{6}x_K = \frac{23}{12} - 1 \end{cases}$

soit

Je choisis de tout réduire sur 12 pour ensuite pouvoir multiplier les 2 membres par 12 :

$(E) \iff -\frac{12x_K}{12} - \frac{1\times 2}{6\times 2}x_K = \frac{23}{12} - \frac{12}{12}$

$(E) \iff \frac{-12x_K - 2x_K}{12} = \frac{11}{12}$

$(E) \iff -14x_K = 11$

$(E) \iff \boxed{x_K = -\frac{11}{14}}$

$\boxed{y_K = -x_K + 1 = -\left(-\frac{11}{14}\right) + \frac{14}{14} = \frac{11}{14} + \frac{14}{14} = \frac{25}{14}}$

Donc $\boxed{K\left(-\frac{11}{14} ; \frac{25}{14}\right)}$

b) Pour calculer le rayon du cercle C, on a le choix entre : KM, KN et KP.

$KN = \sqrt{(x_N - x_K)^2 - (y_N - y_K)^2}$

$KN = \sqrt{\left(0 - \left(-\frac{11}{14}\right)\right)^2 - \left(5 - \frac{25}{14}\right)^2}$

$KN = \sqrt{\left(\frac{11}{14}\right)^2 + \left(\frac{5\times 14}{1\times 14} - \frac{25}{14}\right)^2} = \sqrt{\frac{121}{14^2} + \left(\frac{70-25}{14}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{121}{14^2} + \frac{45^2}{14^2}} = \sqrt{\frac{121+2025}{14^2}}$

$\boxed{KN = \frac{\sqrt{2146}}{14}}$ → je n'ai pas trouvé à simplifier la racine ... ni le logiciel de calcul formel non plus.

$KN \approx 3,31$.

↑ Rayon du cercle C

Comme il me reste de la place sur la feuille, je regarde si j'aurais bien trouvé la même chose (y'a pas d'raison) pour KM ou KP :

$KM = \sqrt{(x_M - x_K)^2 + (y_M - y_K)^2} = \sqrt{\left[-4 - \left(-\frac{11}{14}\right)\right]^2 + \left[1 - \frac{25}{14}\right]^2}$

$KM = \sqrt{\left(-\frac{4\times 14}{1\times 14} + \frac{11}{14}\right)^2 + \left(\frac{14}{14} - \frac{25}{14}\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{45}{14}\right)^2 + \left(-\frac{11}{14}\right)^2}$

$KM = \sqrt{\frac{45^2}{14^2} + \frac{11^2}{14^2}} = \frac{\sqrt{2025+121}}{14} = \boxed{\frac{\sqrt{2146}}{14}}$

$KP = \sqrt{(x_P - x_K)^2 + (y_P - y_K)^2} = \sqrt{\left(1 - \left(-\frac{11}{14}\right)\right)^2 + \left(-1 - \frac{25}{14}\right)^2}$

$KP = \sqrt{\left(\frac{14}{14} + \frac{11}{14}\right)^2 + \left(-\frac{14}{14} - \frac{25}{14}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{14}\right)^2 + \left(-\frac{39}{14}\right)^2}$

$KP = \sqrt{\frac{25^2 + 39^2}{14^2}} = \frac{\sqrt{625+1521}}{14} = \boxed{\frac{\sqrt{2146}}{14}}$