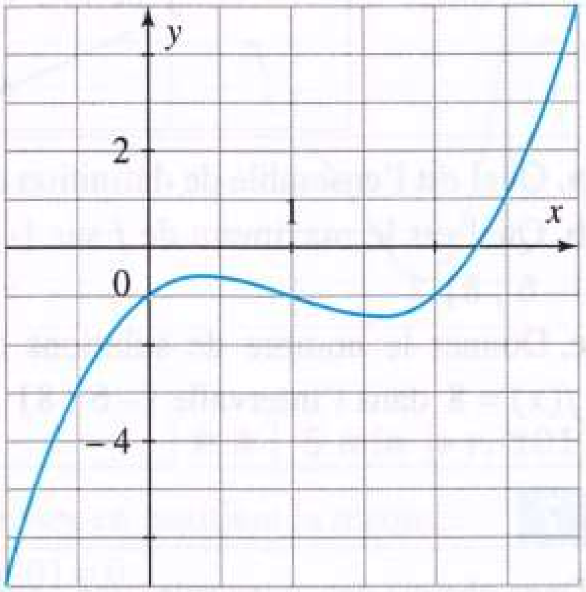
Exercice 1 : Vrai ou faux ?



Le graphique ci-dessus représente une fonction f sur l'intervalle [-1;3].

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a) -1 a pour image 1 par f.

b) -2 est l'image de 1 par f.

c) 3 a pour image 5 par f.

d) -1 a pour image -7 par f.

e) -7 est l'image de 0 par f.

f) 1 a deux images par f.

g) Tout nombre compris entre -1 et 3 a une seule image par f.

h) Si $x \in [0;2]$, alors son image par f est élément de $[-2;0]$.

Exercice 2 : Vrai ou faux ?

1) On sait que $f(2)=-1$.

Est-il vrai ou faux que :

a) 2 a pour image -1 par f ?

b) -1 a pour image 2 par f ?

c) 2 est l'image de -1 par f ?

d) -1 est l'image de 2 par f ?

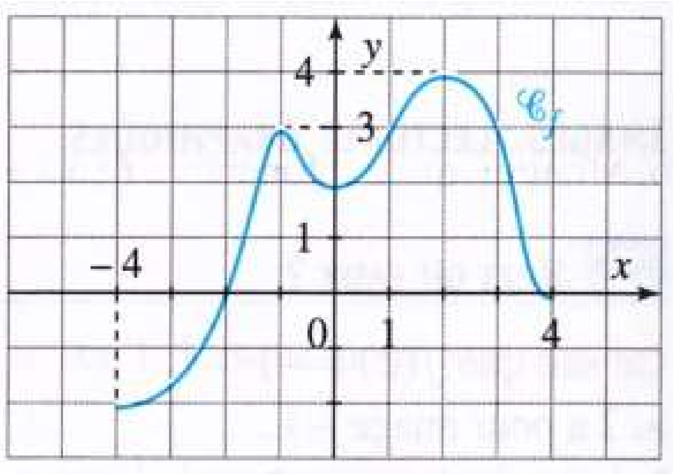
e) L'équation $f(x)=-1$ a pour solution 2 ?

f) 2 est une solution de l'équation $f(x)=-1$? sur la courbe représentant de f ?

h) Le point de la courbe représentative de f d'ordonnée 2 a pour abscisse -1 ?

i) Le point de la courbe représentative de f d'abscisse 2 a pour ordonnée -1 ?

Exercice 3 :



La courbe ci-dessus est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-4;4]$.

a) Quelle est l'image de 1 par f ?

b) Résoudre dans $[-4;4]$ les équations $f(x)=0$ et $f(x)=-3$.

c) Résoudre dans $[-4;4]$ les inéquations $f(x)<0$ et $f(x)\geqslant 2$.

d) Dresser le tableau de variations de f.

Exercice 4 : on considère une fonction f dont voici le tableau de variations :

x	-6		-1		3		8
f	5	↘	-2	↗	3	↘	0

a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

b) Quel est le maximum absolu de f sur $[-6;8]$? Et son minimum absolu ?

c) Quels sont les extrema[1] locaux de f et en

1 Un extremum est un maximum ou un minimum. Un extremum, des extrema… d'après le latin.

g) Le point M de coordonnées $(2;-1)$ est

(fin de l'exercice 4)

d) Donner le nombre de solutions des équations $f(x)=0$, $f(x)=3{,}5$ et $f(x)=8$ dans l'intervalle $[-6;8]$?

Exercice 5 : Dans chaque cas, construire une courbe qui pourrait représenter la fonction f :

- Courbe 1 : f est définie sur $[-4;6]$, strictement croissante sur $[-4;0]$, strictement décroissante sur $[0;3]$ et strictement croissante sur $[3;6]$. De plus, $f(-3)=-2$, $f(0)=2$ et $f(3)=-1$.
- Courbe 2 : f est définie sur $[-4;2]$. Elle est strictement croissante et positive sur $[-4;-1]$, elle s'annule deux fois sur $[-1;2]$ et admet un minimum égal à -2 sur $[-1;2]$.

Exercice 6 : Soit f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \longmapsto \dfrac{2x}{x^2+1}$

1) Pourquoi f n'a-t-elle pas de valeur interdite ?

2) Calculer l'image de 3 par f.

3) Le point A(1;1) appartient-il à la courbe représentative de f (que nous noterons $\mathscr{C}$) ?

4) Même question pour le point B(2;7).

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)<1$ (penser à justifier le signe de x^2+1 avant de multiplier les deux membres de l'inéquation par x^2+1)

Exercice 7 : 1) a) Montrer que la fonction $g : x \longmapsto (x+1)^2-1$ est strictement croissante sur l'intervalle $[-1;+\infty[$.

b) Quel est son sens de variations sur l'intervalle $]-\infty;-1]$? Prouvez-le.

quelles valeurs de x sont-ils atteints ?

2) Soit $h : x \longmapsto \dfrac{1}{x+7}$

a) Déterminer la valeur interdite de h. En déduire son ensemble de définition.

b) Prouver que h est strictement décroissante sur l'intervalle $]-7;+\infty[$.

c) Quel est son sens de variations sur l'intervalle $]-\infty;-7[$? Prouvez-le.

Exercice 8: Dans chaque cas, déterminer l'ensemble de définition de f.

a) $f : x \longmapsto x^4-x^2$ b) $f : x \longmapsto x^3+5x$

c) $f : x \longmapsto \dfrac{x}{x^2+1}$ d) $f : x \longmapsto \dfrac{x}{x^2-1}$

e) $f : x \longmapsto \sqrt{4-x^2}$ f) $f : x \longmapsto (x-1)^2$

g) f: $x \longmapsto (x^2-x-1)(x^2+x-1)$

h) $f : x \longmapsto \dfrac{x^2-4}{x^2-2x+1}$ i) $f : x \longmapsto \dfrac{25+x^2}{25-x^2}$

Exercice 9 : Soit g une fonction définie sur I=[-4;4]. Construire dans un repère orthonormé une courbe qui pourrait représenter g sachant que :

- Les nombres – 3,5 ; – 0,5 et 3 ont tous trois 0 comme image par g.
- L'image de 4 par g est 1.
- La fonction g admet sur I un minimum absolu en 1. Ce minimum est égal à –3
- La fonction g admet sur I un maximum absolu en -2. Ce minimum est égal à 4.
- La courbe coupe l'axe des ordonnées en un point d'ordonnée –2.
- La fonction g est strictement croissante sur [–4 ;–2], strictement décroissante sur [–2 ;1] et strictement croissante sur [1;4].

Exercice 10 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{8}{x^2+1}$. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentant f dans un repère orthonormal (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$).

1) Étudier le sens de variations de f sur $[0;+\infty[$, puis sur $]-\infty;0]$.

2) Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

3) Compléter le tableau de valeurs en donnant des valeurs arrondies à 0,01 près :

x	-5	-4	-3	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$
$f(x)$							

x	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
$f(x)$								

4) Construire la courbe $\mathcal{C}_f$ en se limitant à l'intervalle $[-5;5]$.

5) Résoudre graphiquement[2] l'équation $f(x)=7$ dans l'intervalle $[-5;5]$.

6) Résoudre algébriquement[3] l'équation $f(x)=7$ dans l'intervalle $[-5;5]$.

Exercice 11 : On considère la fonction

$f : x \longmapsto \dfrac{3x+2}{x-4}$, définie sur $]4;+\infty[$

a) Montrer que, pour tout $x \in]4;+\infty[$,

$f(x)=3+\dfrac{14}{x-4}$

b) Étudier le sens de variations de f sur $]4;+\infty[$

Exercice 12 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{8x}{x^2+1}$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j})$, d'unité graphique 1 cm.

1) a) Soient a et b deux réels. Montrer que $f(b)-f(a)=\dfrac{8(b-a)(1-ab)}{(a^2+1)(b^2+1)}$.

b) En déduire que f est strictement croissante sur [-1;1] et strictement décroissante sur $[1;+\infty[$.

c) Quel est le sens de variations de f sur $]-\infty;-1]$? Prouvez-le.

2) Complétez le tableau de valeurs en donnant des valeurs approchées à 0,01 près :

x	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2
$f(x)$							

x	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5
$f(x)$							

x	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$							

3) Construire la courbe $\mathcal{C}_f$ sur l'intervalle $[-8;8]$.

Exercice 13 : VRAI ou FAUX ?

Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-4;7]$.

x	-4		2		7
f	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

1) $f(x)=-4$ 2) $f(2,01)<0$

3) $f(-3)>f(-2)$

4) Si $x \in [-4;2]$, alors $f(x) \in [0;-2]$.

5) Pour tout $x \in [-4;2]$, $f(x)\leqslant 0$.

6) L'équation $f(x)=0$ admet deux solutions dans $[-4;7]$.

7) Le minimum absolu de f sur $[-4;7]$ est 2.

Pour les questions suivantes, on suppose que f(4)=0 : 8) $f(0)<f(6)$

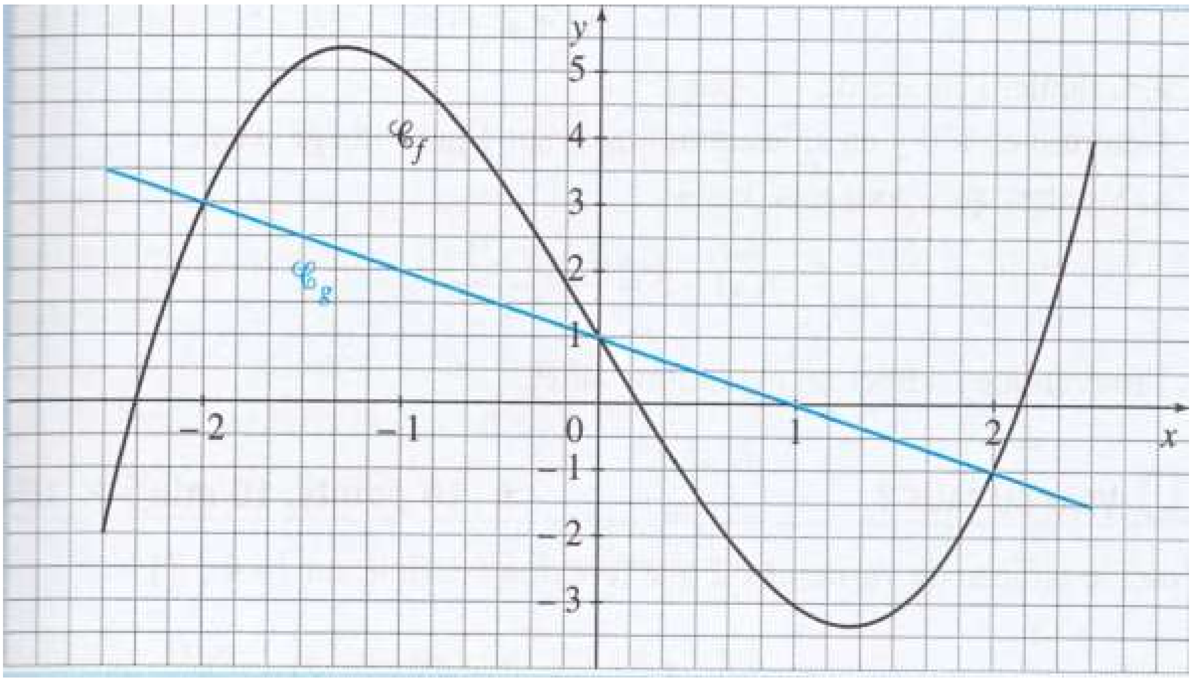
9) Si $f(x) \in]0;5]$, alors $x \in [2;7]$.

10) $f(x)\leqslant 0 \Leftrightarrow x \in [-4;2]$.

2 On lira donc une (des) valeur(s) approchée(s) sur le graphique.

3 On trouvera une (des) valeur(s) exacte(s) par le calcul.

Exercice 14 : f et g sont deux fonctions définies sur l'intervalle I= $\left[-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right]$ représentées ci-dessous par, respectivement, les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



Pour chacune des questions suivantes, une seule proposition est exacte :

1) $f(-1) = \ldots$ a) 0 b) 1 c) 5 d) 0,4

2) l'équation $f(x)=2$ admet dans I :
a) 0 solution. b) une solution c) deux solutions. d) trois solutions.

3) Si $x \in [0;1]$, alors $f(x) \in \ldots$:
a) $[0;1]$ b) $[0,2;1]$ c) $[-2,2;2,2]$ d) $[-3;1]$

4) $f(x)>g(x)$ équivaut à : a) $x \in]-2;0[\cup]2;2,5]$
b) $x \in [-2,5;-2[\cup]0;2[$ c) $x \in]2;2,5]$ d) $]-2;0]$

5) La fonction f est définie sur $\left[-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right]$ par :

a) $f(x)=x^3+3x^2+1$ b) x^3+3x^2+x-1 c) x^3-5x+1 d) $-x^3-3x+1$

Exercice 15 : soit g une fonction définie sur l'intervalle [-6;6]. Construire dans un repère orthonormé une courbe représentant g, sachant que :

- Les nombres –2 ; 2 et 4 ont 0 comme image par g.
- L'image de 0 par g est –4.
- $g(-6)<4$ et $g(6)>-2$.
- –4 est l'unique solution dans [-6;6] de l'équation $g(x)=3$.
- Le maximum de g sur $[0;6]$ est 2, il est atteint en 3.
- La fonction g est strictement décroissante sur $[-6;0]$, strictement croissante sur $[0;3]$ et strictement décroissante sur $[3;6]$.