

Exercice 2.1

$$A = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$A = 3\sqrt{2}$$

il suffit de "compter" les racines de 2 comme on compterait des 2 dans une expression littérale.

$$B = 5\sqrt{5} - 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 1\sqrt{5}$$

$$B = 6\sqrt{5} - 14\sqrt{3}$$

on compte ensemble les 5

Comme on compterait les 2 ensemble et les 3 ensemble en calcul littéral.

$$C = 3\sqrt{7} - 3\sqrt{5} - 5\sqrt{7} + 7\sqrt{5}$$

$$C = -2\sqrt{7} + 4\sqrt{5}$$

$$D = -4\sqrt{11} + 11\sqrt{3} + 13\sqrt{11}$$

$$D = 9\sqrt{11} + 11\sqrt{3}$$

Exercice 2.2

$$A = 7\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$$

$$A = 21 \times 2$$

$$A = 42$$

$$B = 2\sqrt{5} \times 5\sqrt{7}$$

$$B = 10 \times \sqrt{5 \times 7}$$

$$B = 10 \times \sqrt{35}$$

$$B = 10\sqrt{35}$$

D'après la règle: on laisse a et b tels qu'ils sont.

La racine carrée, se lit comme la puissance, on distribue sur le produit et le quotient:

pour les a > 0 et b > 0.

pour les a > 0 et b > 0.

pour les a > 0 et b > 0.

pour les a > 0 et b > 0.

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

on la racine carrée,

ni la puissance,

ne se distribuent

sur + et -

$$C = 3\sqrt{2} \times 4\sqrt{5}$$

$$C = 12\sqrt{10}$$

(même principe qu'au B)

$$E = 5\sqrt{3} \times (-2\sqrt{5})$$

$$E = -10\sqrt{15}$$

(même principe qu'au B)

$$D = 7\sqrt{3} \times (-2\sqrt{3})$$

$$D = -14 \times 3$$

$$D = -42$$

$$D = -42$$

$$F = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$F = \sqrt{6} \times 2$$

$$F = 2\sqrt{6}$$

Exercice 2.3 Rappel: les puissances se distribuent sur les produits (et aussi sur les quotients):

pour tous a > 0 et b > 0: $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Les puissances ne se distribuent pas sur + et -.

$$A = (\sqrt{5})^2$$

$$A = 5$$

Si a > 0, la racine carrée de a est la même que celle dont le carré vaut a. Donc $(\sqrt{a})^2 = a$

$$B = (5\sqrt{2})^2$$

$$B = 5^2 \times 2$$

$$B = 25 \times 2$$

$$B = 50$$

$$C = (-2\sqrt{3})^2$$

$$C = (-2)^2 \times 3$$

$$C = 4 \times 3$$

$$C = 12$$

⚠ Bien faire attention au signe: est-il compris dans le carré? Ici oui.

$(-7)^2 = (-7) \times (-7) = 49$

D'après la règle des signes.

$$\text{orais } -7^2 = -(7 \times 7) = -49$$

car le carré, prioritaire par rapport au -, ne s'applique ici qu'au 7.

Suite de l'exercice 2.3

$$\begin{aligned} D &= (2\sqrt{11})^2 & E &= (6\sqrt{3})^2 & G &= (-2\sqrt{7})^2 & H &= (-9\sqrt{11})^2 \\ D &= 4 \times 11 & E &= 36 \times 3 & G &= 4 \times 7 & H &= 81 \times 11 \\ D &= 44 & E &= 108 & G &= 28 & H &= 891 \end{aligned}$$

Exercice 2.4

$$\begin{aligned} A &= 2(3 + \sqrt{5}) \\ A &= 6 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{car } 2(a+b) = 2a + 2b$$

la multiplication se distribue sur l'addition et sur la soustraction.

$$\begin{aligned} B &= 3(6 - \sqrt{2}) \\ B &= 18 - 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 2\sqrt{3}(5 - 2\sqrt{3}) \\ D &= 10\sqrt{3} - 4 \times 3 \\ D &= 10\sqrt{3} - 12 \end{aligned}$$

$$C = \sqrt{3}(4 + \sqrt{3})$$

$$C = 4\sqrt{3} + 3$$

$$C = 3 + 4\sqrt{3}$$

$$E = 5\sqrt{7}(-4 + 3\sqrt{7})$$

$$E = -20\sqrt{7} + 15 \times 7$$

$$E = -105 - 20\sqrt{7}$$

$$F = -9\sqrt{11}(-2\sqrt{11} - 6)$$

$$F = 18 \times 11 + 54\sqrt{11}$$

$$F = 198 + 54\sqrt{11}$$

Exercice 2.5

Ici, l'astuce consiste à bien connaître les carrés parfaits (4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81...) et à décomposer les membres des 2 racines à l'aide de ces carrés.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{40} & B &= \sqrt{36} & C &= \sqrt{54} & D &= \sqrt{63} \\ A &= \sqrt{4 \times 10} & B &= \sqrt{3 \times 12} & C &= \sqrt{3 \times 18} & D &= \sqrt{3 \times 21} \\ A &= \sqrt{4} \times \sqrt{10} & B &= \sqrt{3} \times \sqrt{12} & C &= \sqrt{3} \times \sqrt{6} & D &= \sqrt{3} \times \sqrt{7} \\ A &= 2\sqrt{10} & B &= 3\sqrt{12} & C &= 3\sqrt{6} & D &= 3\sqrt{7} \end{aligned}$$

ici nous ne divise pas 114

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{32} & F &= \sqrt{288} & G &= \sqrt{845} & H &= \sqrt{847} \\ E &= \sqrt{16 \times 2} & F &= \sqrt{144 \times 2} & G &= \sqrt{169 \times 5} & H &= \sqrt{121 \times 7} \\ E &= \sqrt{16} \times \sqrt{2} & F &= \sqrt{144} \times \sqrt{2} & G &= \sqrt{169} \times \sqrt{5} & H &= \sqrt{121} \times \sqrt{7} \\ E &= 4\sqrt{2} & F &= 12\sqrt{2} & G &= 13\sqrt{5} & H &= 11\sqrt{7} \end{aligned}$$

845 ? C'est 169 x 5 car 169... est la carré de 13.

847 ? 8 + 4 + 7 = 19 -> pas divisible par 3 ni par 9, ni par 2, ni par 5... On essaye les autres nombres premiers :

847 : 7 = 121 -> la carré de 11 !

Exercice 2.6

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = 0$$

On ne change pas le radical d'une équation fractionnaire lorsqu'on multiplie (sup: divise) son numérateur et son dénominateur par la même nombre non nul.

$$B = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$B = \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}} + \frac{3 \times \sqrt{3}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$$

$$B = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$$

$$B = \frac{(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$$

$$B = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{6} + 3\sqrt{3}\sqrt{6}}{6}$$

$$B = \frac{2\sqrt{2 \times 2 \times 3} + 3\sqrt{3 \times 3 \times 2}}{6}$$

$$B = \frac{4\sqrt{6} + 9\sqrt{6}}{6}$$

On réduit au même dénominateur.

On ne "laisse" pas son radical au dénominateur. On multiplie donc le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{6}$, afin d'avoir un nombre entier au dénominateur.

$$B = \frac{2 \times 2 \sqrt{3} + 3 \times 3 \sqrt{2}}{6}$$

niveau mathématique. Calculs sur les radicaux (STI-1VO) révisions

Suite de l'exercice 2.6

On utilise ici la formule de distributivité double.

$$C = (1 + 2\sqrt{5})(2 - 5\sqrt{3})$$

$$C = 2 - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{5} - 10\sqrt{15}$$

$$C = 2 - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{5} - 10\sqrt{15}$$

Il est conseillé que se soit la forme "la plus simple possible", mais on ne peut pas réduire plus.

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

← bien penser à la règle des signes.

3ème identité remarquable:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$D = (1 + 3\sqrt{2})(1 - 3\sqrt{2})$$

$$D = 1^2 - (3\sqrt{2})^2$$

$$D = 1 - 9 \times 2$$

$$D = 1 - 18$$

$$D = -17$$

→ Ici oui, c'est plus simple.

On expose de "façon apparante" 3 pour pouvoir réduire avec $4\sqrt{3}$

$$E = 2\sqrt{7} + \sqrt{28}$$

$$E = 2\sqrt{7} + \sqrt{4 \times 7}$$

$$E = 2\sqrt{7} + \sqrt{4} \times \sqrt{7}$$

$$E = 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7}$$

$$E = 4\sqrt{7}$$

$$F = 4\sqrt{3} - \sqrt{48}$$

$$F = 4\sqrt{3} - \sqrt{16 \times 3}$$

$$F = 4\sqrt{3} - \sqrt{16} \times \sqrt{3}$$

$$F = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$

$$F = 0$$

je m'assure mentalement que $1 - \frac{3}{5}$ est bien un nombre positif

pour pouvoir appliquer $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

pour deux nombres a et b positifs.

$$G = \sqrt{1 + \frac{3}{5}} \times \sqrt{1 - \frac{3}{5}}$$

$$G = \sqrt{(1 + \frac{3}{5})(1 - \frac{3}{5})}$$

$$G = \sqrt{1^2 - (\frac{3}{5})^2}$$

$$G = \sqrt{1 - \frac{9}{25}}$$

$$G = \sqrt{\frac{25}{25} - \frac{9}{25}}$$

réduction au même dénominateur

← can pour deux a > 0 et b > 0, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$$G = \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$G = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}$$

$$G = \frac{4}{5}$$

$$H = (\sqrt{12-3\sqrt{7}} + \sqrt{12+3\sqrt{7}})^2$$

$$H = 12-3\sqrt{7} + 2\sqrt{(12-3\sqrt{7})(12+3\sqrt{7})} + 12+3\sqrt{7}$$

$$H = 24 + 2\sqrt{(12-3\sqrt{7})(12+3\sqrt{7})}$$

$$H = 24 + 2\sqrt{144 - 9 \times 7}$$

$$H = 24 + 2\sqrt{144 - 63}$$

$$H = 24 + 2\sqrt{81}$$

$$H = 24 + 2 \times 9$$

$$H = 42$$

$$H = 42$$

Exercice 2.7

Cet exercice porte sur l'utilisation de la "quantité conjuguée" pour éliminer les radicaux au dénominateur, quand ceux-ci sont de la forme a+b ou a-b

Les quantités conjuguées de a+b est a-b et celle de a-b est a+b

On utilise la troisième identité remarquable:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Enfin, si le dénominateur est de la forme a+b, on multiplie le numérateur et le dénominateur par a-b.

Et si le dénominateur est de la forme a-b, on multiplie le numérateur et le dénominateur par a+b.

nécessaire

$$A = \frac{3}{\sqrt{5} + 1}$$

$$A = \frac{3 \times (\sqrt{5} - 1)}{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)}$$

$$A = \frac{3\sqrt{5} - 3}{(\sqrt{5})^2 - 1^2}$$

$$A = \frac{3\sqrt{5} - 3}{5 - 1}$$

$$A = \frac{3\sqrt{5} - 3}{4} \text{ ou } A = \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{4}$$

$$C = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$$

$$C = \frac{(1 + \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})}{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})}$$

attention et bien utiliser la propriété conjuguée du dénominateur

$$C = \frac{3 + \sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5}{9 - 5}$$

$$C = \frac{8 + 4\sqrt{5}}{4}$$

$$C = \frac{4(2 + \sqrt{5})}{4 \times 1}$$

$$C = 2 + \sqrt{5}$$

$$B = \frac{5}{1 + \sqrt{2}}$$

$$B = \frac{5(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})}$$

$$B = \frac{5 - 5\sqrt{2}}{1 - 2}$$

$$B = \frac{5 - 5\sqrt{2}}{-1}$$

$$B = \frac{5 - 5\sqrt{2}}{1}$$

$$B = -5 + 5\sqrt{2}$$

$$\text{car } \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$D = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$$

$$D = ?$$

C'est la même!

$$E = \frac{1 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

$$E = \frac{(1 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}$$

$$E = \frac{2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3}{4 - 3}$$

$$E = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{1}$$

$$E = \frac{-5 - 3\sqrt{3}}{3}$$

$$E = \frac{3(-3 - \sqrt{3})}{3 \times 1}$$

$$E = -3 - \sqrt{3}$$

$$F = \frac{7 + \sqrt{2}}{5 - \sqrt{3}}$$

$$F = \frac{(7 + \sqrt{2})(5 + \sqrt{3})}{(5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})}$$

$$F = \frac{35 + 7\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + \sqrt{6}}{25 - 3}$$

$$F = \frac{35 + 7\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + \sqrt{6}}{22}$$