

Corrigés des exercices de la vidéo : "Inéquations à tableaux de signes 3"

1/4

1) Résoudre l'inéquation $(3x+2)^2 - (3x+2)(5x+1) \leq 0$ dans $\mathbb{R}$
Je nomme l'inéquation (I_1)

$$(I_1) \Leftrightarrow (3x+2)^2 - (3x+2)(5x+1) \leq 0$$

Je factorise le 1^{er} membre par $(3x+2)$ à l'aide de la formule $Aa - Ab = A(a-b)$

$$(I_1) \Leftrightarrow (3x+2) [3x+2 - (5x+1)] \leq 0$$

Δ Bien garder une parenthèse qui suit un -

$$(I_1) \Leftrightarrow (3x+2)(3x+2-5x-1) \leq 0$$

$$(I_1) \Leftrightarrow (3x+2)(-2x+1) \leq 0$$

On est maintenant dans la configuration mais permettant d'utiliser un tableau de signes : - le 1^{er} membre est un produit dont les facteurs sont de degré 1.

- le 2nd membre est 0.

Recherche des zéros : $3x+2=0 \Leftrightarrow 3x=-2 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$

$-2x+1=0 \Leftrightarrow -2x=-1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$3x+2$	-	0	+	+
$-2x+1$	+	+	0	-
$(3x+2)(-2x+1)$	-	0	+	-

* Lisons dans la dernière ligne du tableau au quels intervalles notre produit est négatif ou nul.

$$S =]-\infty; -\frac{2}{3}] \cup [\frac{1}{2}; +\infty[$$

Δ Précédemment : tout ce qui n'est pas mentionné en vert fait partie de la solution et doit être écrit.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(2-x)^2 > 36$ (I_2)

Je factorise le 1^{er} membre à l'aide de la formule $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
factorisation
 $(2-x)^2 - 36 > 0$
 $(2-x)^2 - 6^2 > 0$
 $(2-x-6)(2-x+6) > 0$
 $(-x-4)(-x+8) > 0$

Recherche des zéros : $-x-4=0 \Leftrightarrow -x=4 \Leftrightarrow x=-4$
 $-x+8=0 \Leftrightarrow -x=-8 \Leftrightarrow x=8$

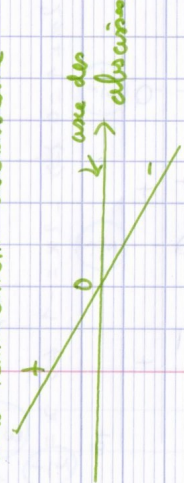
On place les zéros par ordre croissant

	$-\infty$	-4	8	$+\infty$
Vaut 0 lorsque $\rightarrow -x-4$	-	0	-	-
Vaut 0 lorsque $\rightarrow -x+8$	+	+	0	-
$(-x-4)(-x+8)$	+	0	-	+

On place les + à gauche du zéro, car, dans $-x-4$ comme dans $-x+8$, le coefficient de x est négatif - la fonction affine est donc strictement décroissante

* On lit dans le tableau les intervalles au lesquels le produit est strictement positif (+)

$$S =]-\infty; -4[\cup]8; +\infty[$$



Corrigés des exercices de la vidéo : "Inéquations à tableaux de signes 3"

Exercice 1: 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation: $5 + \frac{2}{x+3} \leq 0$ (I_3)

γ lui donne un nom.

Δ x figure au dénominateur. Aucun zéro donc avant toute chose faire une recherche de valeurs interdites, et exclure les valeurs interdites de l'ensemble de résolution.

Recherche de la valeur interdite: $x+3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$
On résout donc dans $\mathbb{R} - \{-3\}$ $\rightarrow$ cela signifie qu'à partir d'ici, x est considéré comme différent de -3 .

$$(I_3) \Leftrightarrow \frac{5x(x+3)}{1x(x+3)} + \frac{2}{x+3} \leq 0$$

Une réduction au même dénominateur est nécessaire afin de se retrouver dans la configuration du tableau de signes.

$$(I_3) \Leftrightarrow \frac{5x+17}{x+3} \leq 0$$

Recherche du zéro: $5x+17=0 \Leftrightarrow 5x=-17 \Leftrightarrow x = -\frac{17}{5} = -3,4$
On place le zéro et la valeur interdite par ordre croissant:

x	$-\infty$	$-3,4$	-3	$+\infty$
$5x+17$	-	$\circ$	+	+
$x+3$	-	-	$\circ$	+
$5x+17$	-	$\circ$	-	+
$x+3$	-	-	$\circ$	+

car $-3,4$ est un zéro

car -3 est valeur interdite

$$S =]-\frac{17}{5}; -3[$$

puisque l'inéquation nous demande quand est-ce que la quantité est négatif ou nul.

Exercice 1: 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\frac{3}{2x-1} > \frac{2}{-3x+15}$ (I_4)

Recherche des valeurs interdites: $2x-1=0 \Leftrightarrow 2x=1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$
 $-3x+15=0 \Leftrightarrow -3x=-15 \Leftrightarrow x = +5$

Donc tracer les valeurs interdites, on a aussi: dénominateur $\neq 0$.

On résout dans $\mathbb{R} - \{\frac{1}{2}; 5\}$
ici: par question de faire un produit en croix, car cela reviendrait à multiplier les 2 membres par $(2x-1)$ et $(-3x+15)$ qui sont des signes variables. On ne peut multiplier les 2 membres d'une inéquation que par une expression dont on connaît le signe, en conservant le sens de l'inégalité si ce signe est +, en l'inversant si ce signe est -.

$$(I_4) \Leftrightarrow \frac{3}{2x-1} - \frac{2}{-3x+15} > 0$$

$$(I_4) \Leftrightarrow \frac{3(-3x+15)}{(2x-1)(-3x+15)} - \frac{2 \times (2x-1)}{(2x-1)(-3x+15)} > 0$$

car $-3x+15$ et $2x-1$ sont différents
pour tous $x \neq \frac{1}{2}$

$$(I_4) \Leftrightarrow \frac{-9x+45}{(2x-1)(-3x+15)} - \frac{4x-2}{(2x-1)(-3x+15)} > 0$$

$$(I_4) \Leftrightarrow \frac{-9x+45-4x+2}{(2x-1)(-3x+15)} > 0$$

Recherche du zéro:

$$(I_4) \Leftrightarrow \frac{-13x+47}{(2x-1)(-3x+15)} > 0$$

On place les zéros et valeurs interdites par ordre croissant

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{47}{13}$	5	$+\infty$
$-13x+47$	+	+	$\circ$	-	-
$2x-1$	-	$\circ$	+	+	+
$-3x+15$	+	+	+	$\circ$	-
$-13x+47$	-	-	$\circ$	-	-
$(2x-1)(-3x+15)$	-	+	+	-	+

$$S =]\frac{1}{2}; \frac{47}{13}[\cup]5; +\infty[$$

Corrigés des exercices de la vidéo : "Inéquations à tableaux de signes 3"

3/4

Exercice 3 - 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{x^2-16}{9-4x^2} \geq 0$ (I₅)

Valeurs interdites: $9-4x^2=0 \Leftrightarrow 3^2-(2x)^2=0 \Leftrightarrow (3-2x)(3+2x)=0$
 $\Leftrightarrow 3-2x=0$ ou $3+2x=0$
 $\Leftrightarrow 3=2x$ ou $3=-2x$
 $\Leftrightarrow \frac{3}{2}=x$ ou $-\frac{3}{2}=x$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$

$$(I_5) \Leftrightarrow \frac{(x-4)(x+4)}{(3-2x)(3+2x)} \geq 0$$

Recherche des zéros: $(x-4)(x+4)=0 \Leftrightarrow x-4=0$ ou $x+4=0$

$$\Leftrightarrow x=4 \text{ ou } x=-4$$

x	$-\infty$	-4	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	4	$+\infty$
$x-4$	-	-	-	-	+	+
$x+4$	-	+	+	+	+	+
$3-2x$	+	+	+	+	-	-
$3+2x$	-	-	-	+	+	+
$\frac{(x-4)(x+4)}{(3-2x)(3+2x)}$	-	+	+	-	+	-

* On recherche sur quels intervalles le quotient est positif ou nul.

$$S = [-4; -\frac{3}{2}] \cup [\frac{3}{2}; 4]$$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{2x+3}{x+1} < \frac{x+1}{2x+3}$ (I₆)

Recherche des valeurs interdites: $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$
 $2x+3=0 \Leftrightarrow 2x=-3 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-1, -\frac{3}{2}\}$

$$(I_6) \Leftrightarrow \frac{2x+3}{x+1} - \frac{x+1}{2x+3} \leq 0$$

$$(I_6) \Leftrightarrow \frac{(2x+3)(2x+3)}{(x+1)(2x+3)} - \frac{(x+1)(x+1)}{(2x+3)(x+1)} \leq 0$$

$$(I_6) \Leftrightarrow \frac{(2x+3)^2 - (x+1)^2}{(x+1)(2x+3)} \leq 0$$

$$(I_6) \Leftrightarrow \frac{[(2x+3)-(x+1)][(2x+3)+(x+1)]}{(x+1)(2x+3)} \leq 0$$

$$(I_6) \Leftrightarrow \frac{(2x+3-x-1)(2x+3+x+1)}{(x+1)(2x+3)} \leq 0$$

$$(I_6) \Leftrightarrow \frac{(x+2)(3x+4)}{(x+1)(2x+3)} \leq 0$$

Recherche des zéros: $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ et $3x+4=0 \Leftrightarrow 3x=-4 \Leftrightarrow x=-\frac{4}{3}$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{4}{3}$	-1	$+\infty$
$x+2$	-	+	+	+	+
$3x+4$	-	-	-	+	+
$x+1$	-	-	-	+	+
$2x+3$	-	-	+	+	+
$\frac{(x+2)(3x+4)}{(x+1)(2x+3)}$	+	+	+	+	+

$$S = [-2; -\frac{3}{2}] \cup [-\frac{4}{3}; -1]$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \rightarrow \text{factorisation}$$

car $x+1 \neq 0$ puisque $x \neq -1$
 et car $2x+3 \neq 0$ puisque $x \neq -\frac{3}{2}$

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\frac{3}{x} < 5 \quad (I_7)$

Valeur interdite : $x = 0$

On résout dans $\mathbb{R}^*$:

$$(I_7) \Leftrightarrow \frac{3}{x} - 5 < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{x} - \frac{5 \times x}{1 \times x} < 0 \quad \text{car } x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} - \frac{5x}{x} < 0 \Leftrightarrow \frac{3-5x}{x} < 0$$

Recherche du zéro : $3-5x=0 \Leftrightarrow 3=5x \Leftrightarrow \frac{3}{5}=x$

ou $x = 0,6$

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{5}$		$+\infty$
$3-5x$		+		+	○	-	
x		-	○	+		+	
$\frac{3-5x}{x}$		-		+	○	-	

$$S =]-\infty; 0[\cup]\frac{3}{5}; +\infty[$$