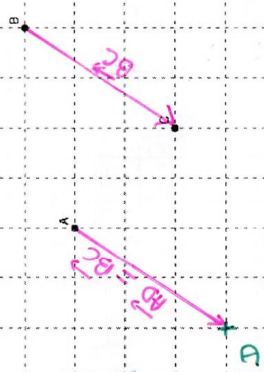


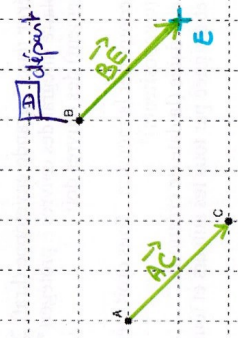
2nde 15 exercices d'entraînement progressifs : placement des points
définis par une égalité vectorielle.

Exercice 1.

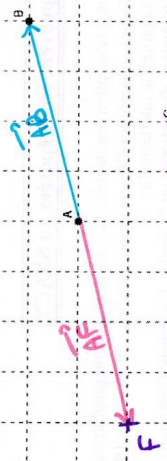
1) Placer D
tel que $\vec{AD} = \vec{BC}$
On part de A



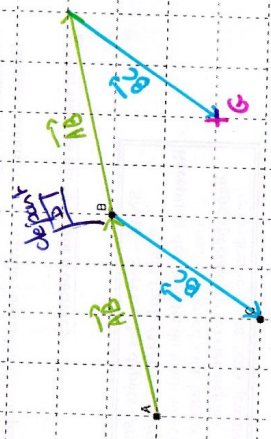
2) Placer E
tel que $\vec{BE} = \vec{AC}$
On part de B



3) Placer F
tel que
 $\vec{AF} = -\vec{AB}$



4) Placer G
tel que
 $\vec{BG} = \vec{AB} + \vec{AC}$
On part de B



2nde : 15 exercices d'entraînement progressifs : plan des points définis par une égalité vectorielle. Consignes

2/5

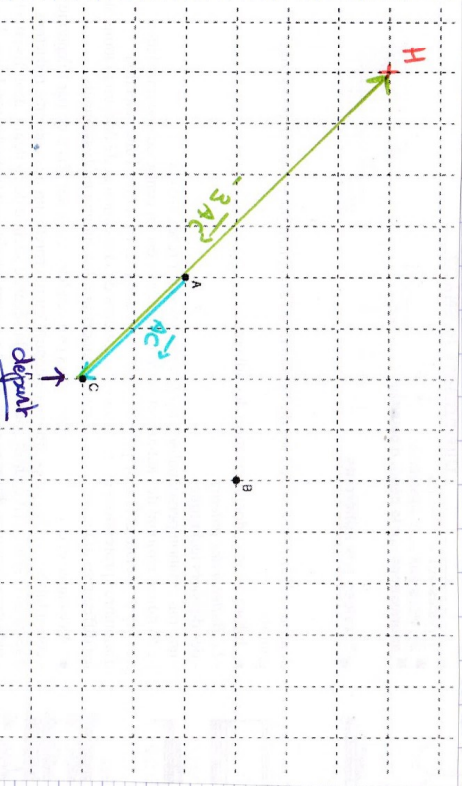
Suite de l'exercice 1 :

5) Trouver H

tel que

$$\vec{CH} = -3\vec{AC}$$

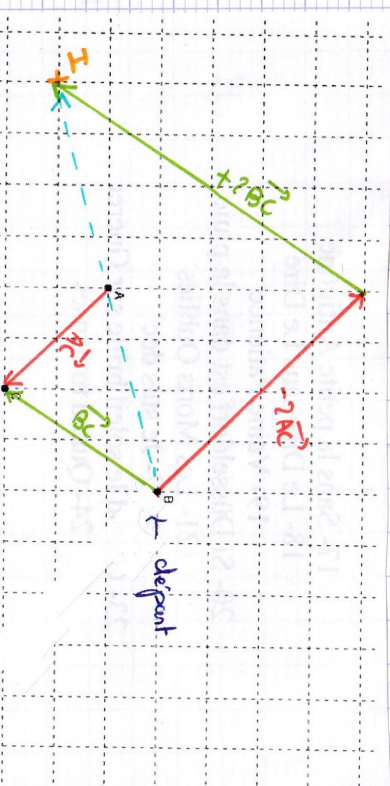
← départ on C



6) Trouver I tel

$$\text{que } \vec{BI} = -2\vec{AC} + 2\vec{BC}$$

← départ



7) Trouver J

tel que

$$\vec{BJ} = \frac{3}{4}\vec{AB}$$

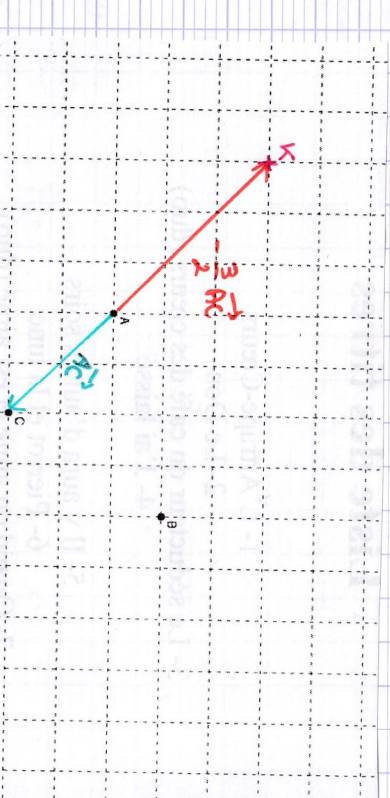
← départ



8) Trouver K

tel que :

$$\vec{AK} = -\frac{3}{2}\vec{AC}$$



2^{ème} : 15 exercices d'entraînement progressifs : placer des points définis 3/9
par une égalité vectorielle - Consignes

3) Placer L

tel que

$$\vec{BL} = \vec{AC} + \vec{BC} - 3\vec{AC}$$

↑ départ

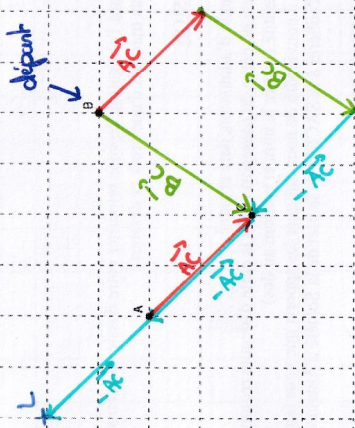
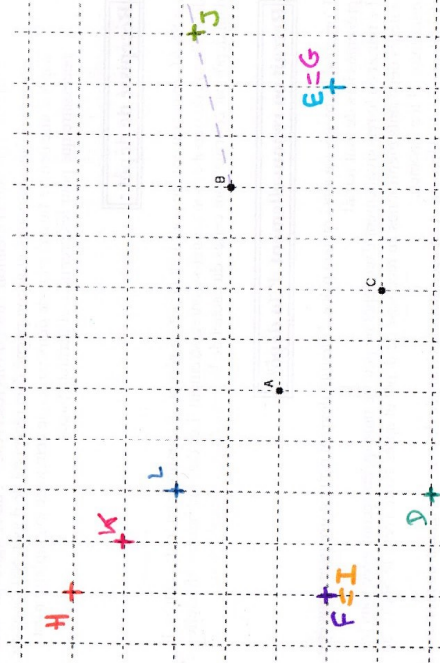


Figure où les 9 points sont placés :



Exercice 2 :

1)

$$\vec{MA} = -2\vec{BA}$$

point à placer

$$\vec{AM} = 2\vec{BA}$$

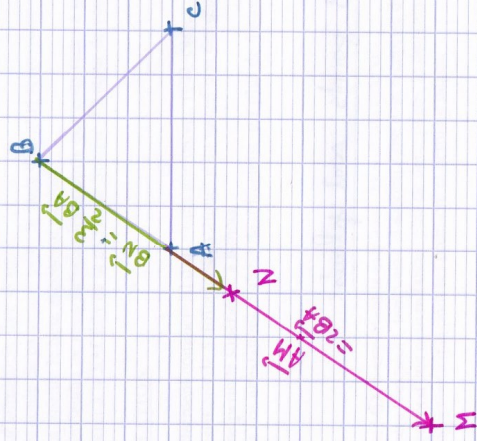
↑ points connus
ici multiplié par 2 (membres par -1)

2)

$$\vec{NB} = \frac{3}{2}\vec{AB}$$

$$\vec{BN} = \frac{3}{2}\vec{BA}$$

$$(\text{ou } -\frac{3}{2}\vec{AB})$$



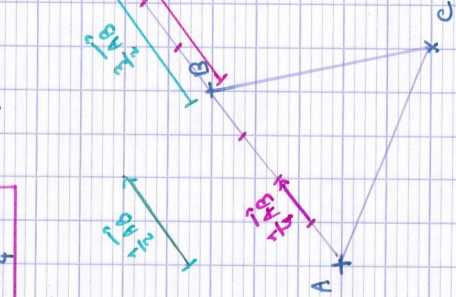
Exercice 3 :

1)

$$\vec{BM} = \frac{5}{4}\vec{AB}$$

$$\vec{NB} = -\frac{3}{2}\vec{AB}$$

$$\vec{BN} = \frac{3}{2}\vec{BA}$$



2nd. 15 exercices d'entraînement pour les points définis par une égalité vectorielle - Conigès

4/5

Exercice 4: 1) $\vec{MC} = 2\vec{AB} \Leftrightarrow \boxed{\vec{CM} = -2\vec{AB}}$ ou $\vec{CM} = 2\vec{BA}$

2) $\vec{NA} + \vec{NB} = \vec{0} \Leftrightarrow \text{(E)} \vec{NA} + \vec{NB} = \vec{0}$
 la même relation d'après la relation de Chasles
 (E) $\Leftrightarrow \vec{NA} + \vec{NB} = \vec{0}$

(E) $\Leftrightarrow 2\vec{NA} = -\vec{AB}$
 (E) $\Leftrightarrow 2\vec{AN} = \vec{AB}$
 (E) $\Leftrightarrow \boxed{\vec{AN} = \frac{1}{2}\vec{AB}}$

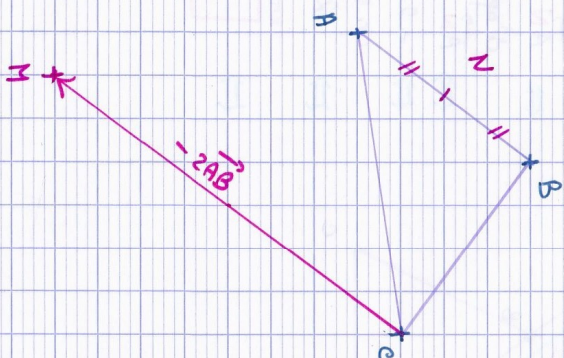
Comme on utilise la relation de Chasles pour avoir, dans la 1er membre, un vecteur avec le point A, plus, et dans la 2nd, des vecteurs définis à partir de points connus.

Alternative pour ce cas particulier:

$\vec{NA} + \vec{NB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{NA} = \vec{BN}$
 $\Leftrightarrow \boxed{\vec{AN} = \vec{NB}}$

C'est la relation qui caractérise le milieu d'un segment

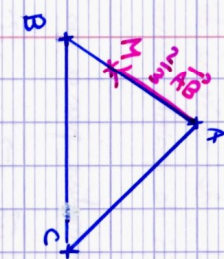
N est donc le milieu de [AB].



Exercice 5: 1) $\vec{MA} + 2\vec{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MA} + 2(\vec{MA} + \vec{AB}) = \vec{0}$
 d'après la relation de Chasles

$\Leftrightarrow \vec{MA} + 2\vec{MA} + 2\vec{AB} = \vec{0}$

Comme se déplace, pour ne plus avoir qu'un seul vecteur qui contient le point A plus.



$\Leftrightarrow 3\vec{MA} = -2\vec{AB}$
 $\Leftrightarrow 3\vec{AM} = 2\vec{AB}$
 (je pense à l'opposé)
 $\boxed{\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}}$
 (je divise les 2 membres par 3)

2) $2\vec{NA} = 6\vec{NB} \Leftrightarrow \vec{NA} = 3\vec{NB}$

$\Leftrightarrow \vec{NA} = 3\vec{BN}$

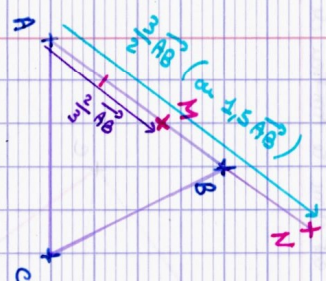
$\Leftrightarrow \vec{AN} = 3(\vec{BA} + \vec{AN})$

$\Leftrightarrow \vec{AN} = 3\vec{BA} + 3\vec{AN}$

$\Leftrightarrow -2\vec{AN} = 3\vec{BA}$

$\Leftrightarrow 2\vec{AN} = 3\vec{AB}$

$\Leftrightarrow \boxed{\vec{AN} = \frac{3}{2}\vec{AB}}$



2nde. 15 exercices d'entraînement progressifs : pleu des points définis par une égalité vectorielle. Géométrie.

Exercice 6: 1) $\frac{3}{4} \vec{MA} = \frac{7}{8} \vec{MB}$ $\Rightarrow$ $6 \vec{AM} = 7 \vec{BM}$

(j'ai multiplié les 2 membres par 8 : $-8 \times \frac{3}{4} = -2 \times 3 = -6$)

$\Rightarrow 6 \vec{AM} = 7(\vec{BA} + \vec{AM})$

d'après la relation de Chasles

$\Rightarrow 6 \vec{AM} = 7 \vec{BA} + 7 \vec{AM}$

$\Rightarrow -\vec{AM} = 7 \vec{BA}$

en soustrayant $7 \vec{AM}$ aux 2 membres

$\Rightarrow \vec{AM} = 7 \vec{AB}$

en passant à l'opposé



2) $\frac{3}{2} \vec{AN} + \frac{1}{3} \vec{BN} = \vec{0}$ $\Rightarrow 9 \vec{AN} + 2 \vec{BN} = \vec{0}$

j'ai multiplié les 2 membres par 6 : $6 \times \frac{3}{2} = 3 \times 3 = 9$

$6 \times \frac{1}{3} = 2$

$6 \times \vec{0} = \vec{0}$

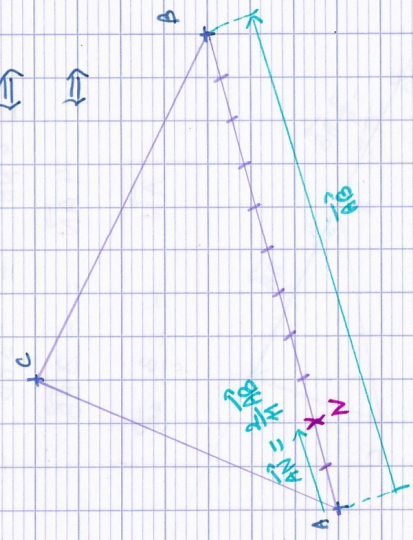
$\Rightarrow 9 \vec{AN} + 2(\vec{BA} + \vec{AN}) = \vec{0}$

d'après la relation de Chasles

$\Rightarrow 9 \vec{AN} + 2 \vec{BA} + 2 \vec{AN} = \vec{0}$

$\Rightarrow 11 \vec{AN} = 2 \vec{AB}$

$\Rightarrow \vec{AN} = \frac{2}{11} \vec{AB}$



Exercice 7:

1) $\vec{MA} = -2 \vec{MA} + 3 \vec{MB}$ $\Rightarrow 3 \vec{MA} = 3 \vec{MB}$
 $\Rightarrow \vec{MA} = \vec{MB}$

Ceci est faux pour tout point M puisque $A \neq B$. On peut passer le calcul plus loin pour s'en assurer :

$\Rightarrow \vec{AM} = \vec{BA} + \vec{AM}$

d'après la relation de Chasles

$\Rightarrow \vec{0} = \vec{BA}$

$\rightarrow$ Il n'existe pas de point M satisfaisant à cette égalité.

Dans le cas particulier où l'on aurait $A = B$, l'égalité serait vraie pour tout point M du plan. Comme l'énoncé nous dit que ABC est un triangle, on suppose que les points A et B sont distincts.

2) $-5 \vec{NA} + 4 \vec{NB} = 2 \vec{NA} + \vec{NB}$ (E)

(E) $\Rightarrow$

$3 \vec{NB} - 7 \vec{NA} = \vec{0}$

en soustrayant $(2 \vec{NA} + \vec{NB})$ aux 2 membres

(E) $\Rightarrow$

$3(\vec{NA} + \vec{AB}) - 7 \vec{NA} = \vec{0}$ d'après la relation de Chasles

(E) $\Rightarrow$

$3 \vec{NA} + 3 \vec{AB} - 7 \vec{NA} = \vec{0}$

(E) $\Rightarrow$

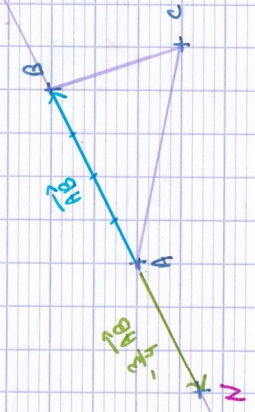
$-4 \vec{NA} = -3 \vec{AB}$

(E) $\Rightarrow$

$4 \vec{AN} = -3 \vec{AB}$

(E) $\Rightarrow$

$\vec{AN} = -\frac{3}{4} \vec{AB}$



Exercice 8 : 1) $3\vec{MA} - \vec{AB} = \vec{MB} + 2\vec{AB}$ (E)

(E) $\Leftrightarrow 3\vec{MA} = \vec{MA} + \vec{AB} + 2\vec{AB}$

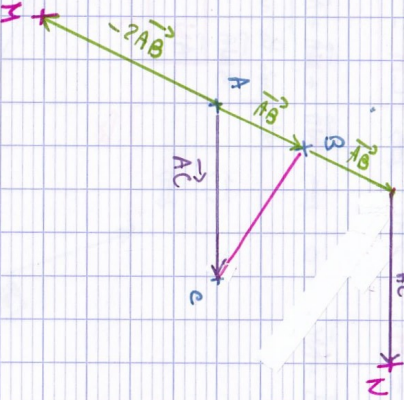
d'après la relation de Chasles

(E) $\Leftrightarrow 2\vec{MA} = 3\vec{AB}$

(E) $\Leftrightarrow \vec{AM} = -\frac{3}{2}\vec{AB}$

(E) $\Leftrightarrow$

2) $\vec{BN} - \vec{AB} = \vec{AC} \Leftrightarrow \vec{BN} = \vec{AB} + \vec{AC}$



Exercice 9 : 1) $2\vec{MC} - \vec{MB} = \vec{AB}$ (E)

(E) $\Leftrightarrow 2(\vec{MB} + \vec{BC}) - \vec{MB} = \vec{AB}$ d'après la relation de Chasles

(E) $\Leftrightarrow \vec{MB} + 2\vec{BC} - \vec{MB} = \vec{AB}$

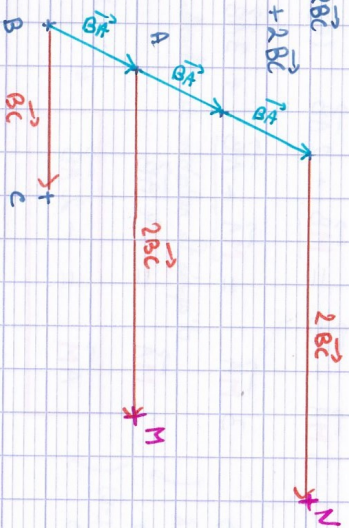
(E) $\Leftrightarrow \vec{MB} = \vec{AB} - 2\vec{BC}$

(E) $\Leftrightarrow \vec{BM} = \vec{BA} + 2\vec{BC}$

2) $\vec{NB} - 3\vec{AB} = 2\vec{CB} \Leftrightarrow \vec{NB} = 3\vec{AB} + 2\vec{CB}$

$\Leftrightarrow \vec{BN} = 3\vec{BA} + 2\vec{BC}$

$\vec{BN} = 3\vec{BA} + 2\vec{BC}$



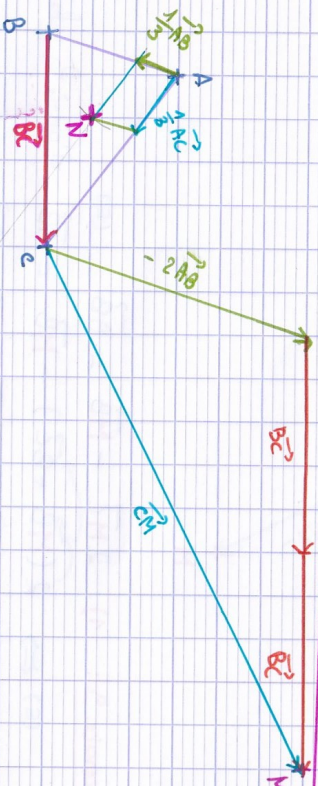
Exercice 10 : 1) $2\vec{AB} = \vec{MC} + 2\vec{BC} \Leftrightarrow \vec{CM} = -2\vec{AB} + 2\vec{BC}$

2) $\vec{MA} + \vec{NB} + \vec{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{NB} + \vec{AB} + \vec{NC} + \vec{AC} = \vec{0}$

d'après la relation de Chasles

$3\vec{MA} = -\vec{AB} - \vec{AC}$

$\vec{AM} = -\frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$



Exercice 11 : 1) $3\vec{HC} = 4(\vec{BC} - \vec{AH}) \Leftrightarrow 3(\vec{HA} + \vec{AC}) = 4\vec{BC} - 4\vec{AH}$

d'après la relation de Chasles

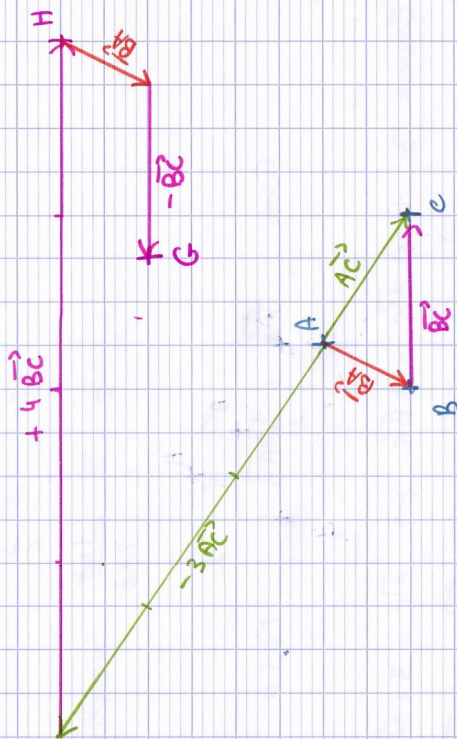
$\Leftrightarrow 3\vec{HA} + 3\vec{AC} = 4\vec{BC} + 4\vec{AH}$

$-\vec{HA} = -3\vec{AC} + 4\vec{BC}$

$\vec{AH} = -3\vec{AC} + 4\vec{BC}$

2) $\vec{HG} = \vec{BA} - \vec{BC}$

Suite de l'exercice 11:



Exercice 12: 2) $\vec{BI} + 5\vec{AI} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow \vec{BA} + \vec{AI} + 5\vec{AI} = \vec{0}$ d'après la relation de Chasles

$$\Leftrightarrow 6\vec{AI} = \vec{AB} \quad \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{1}{6}\vec{AB} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 3) \quad 2\vec{BI} + \vec{AJ} &= \vec{0} \quad \Leftrightarrow 2(\vec{BA} + \vec{AI}) + \vec{AJ} = \vec{0} \quad \text{d'après la relation de Chasles} \\ &\Leftrightarrow 2\vec{BA} + 2\vec{AI} + \vec{AJ} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow 2\vec{BA} + 2\left(\frac{1}{6}\vec{AB}\right) + \vec{AJ} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow 2\vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{AB} + \vec{AJ} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow 2\vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{AB} + \vec{AJ} = \vec{0} \end{aligned}$$

$$\vec{AJ} = -2\vec{BA} - \frac{1}{3}\vec{AB} = 2\vec{AB} = \frac{2}{3}\vec{AB} \quad (2)$$

4) $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ}$ d'après la relation de Chasles

$$\begin{aligned} &= -\vec{AI} + \vec{AJ} \\ &= -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AB} \quad \text{d'après (1) et (2)} \\ &= \left(-\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right)\vec{AB} \end{aligned}$$

$$\text{Or } -\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{6} + \frac{2 \times 2}{3 \times 2}$$

$$= -\frac{1}{6} + \frac{4}{6}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1 \times 3}{2 \times 3}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Simplification par 3

$$\boxed{\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AB}}$$

C.Q.F.D

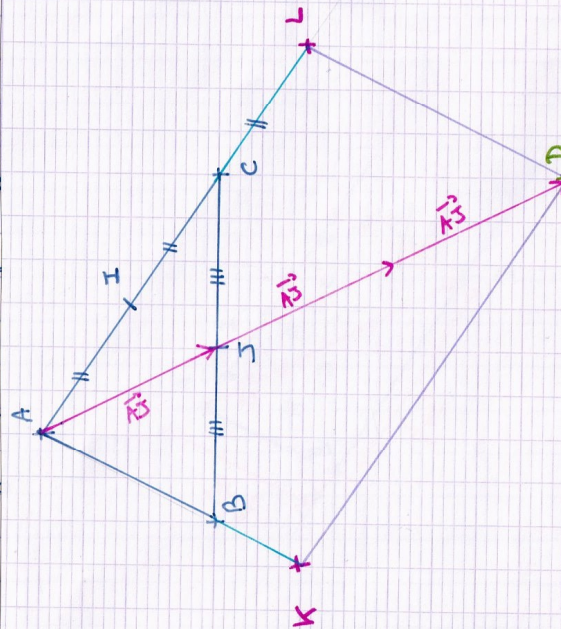
Exercice 13: 1) a) $\vec{AK} = 3\vec{BK}$ $\Leftrightarrow \vec{AK} = 3(\vec{BA} + \vec{AK})$ d'après la relation de Chasles

$$\Leftrightarrow \vec{AK} = 3\vec{BA} + 3\vec{AK}$$

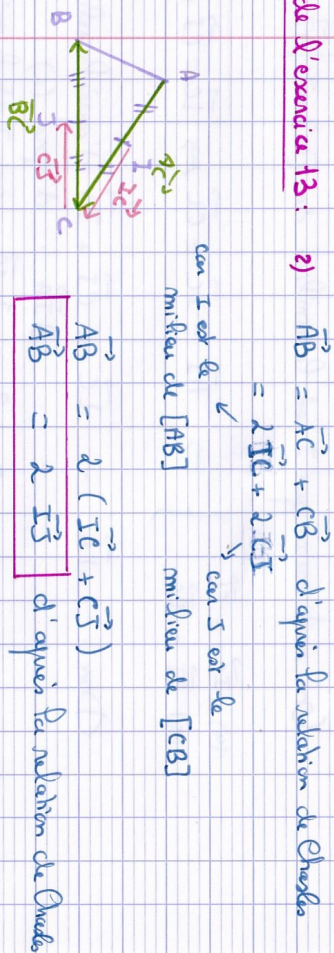
$$\Leftrightarrow -2\vec{AK} = 3\vec{BA}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\vec{AK} = \frac{3}{2}\vec{AB}}$$

b) L est la symétrique de I par rapport à C



Suite de l'exercice 13 :



2) $\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB}$ d'après la relation de Chasles
 $= 2\vec{IC} + 2\vec{CI}$
 car I est le milieu de [CB]

car I est le milieu de [CB]

$\vec{AB} = 2(\vec{IC} + \vec{CI})$

$\vec{AB} = 2\vec{II}$ d'après la relation de Chasles

3) On a : $\vec{AI} = \vec{AB} + \vec{BI}$ (1) d'une part

ou $\vec{AI} = \vec{AC} + \vec{CI}$ (2) d'autre part
 d'après la relation de Chasles

En additionnant (1) et (2) membre à membre, j'obtiens :

$2\vec{AI} = \vec{AB} + \vec{BI} + \vec{AC} + \vec{CI}$
 $= \vec{AB} + \vec{AC} + \underbrace{\vec{BI} + \vec{CI}}_{\vec{0}}$

car I est le milieu de [BC]
 donc $\vec{BI} + \vec{CI}$ sont opposés.

donc $\vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ (3)

4) $\vec{AD} = \frac{3}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = 3 \times \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = 3\vec{AI}$ d'après (3)

5) On sait que L est la symétrique de I par rapport à C, soit que C est le milieu de [IL].

C est le milieu de [IL] $\Leftrightarrow \vec{IC} = \vec{CL}$ (4)

On sait aussi que I est le milieu de [AC] soit $\vec{AI} = \vec{IC}$ (5)
 $\left. \begin{array}{l} (4) \vec{IC} = \vec{CL} \\ (5) \vec{AI} = \vec{IC} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{AI} = \vec{IC} = \vec{CL} \Leftrightarrow \vec{IC} = \vec{CI} = \vec{IA}$ (6)

Donc : $\vec{IA} = \vec{IC} + \vec{CI} + \vec{IA}$ d'après la relation de Chasles
 $= 3\vec{IA}$ d'après (6)
 $= 3 \times \frac{1}{2}\vec{CA}$ car I est le milieu de [AC]

Sont $\vec{IA} = \frac{3}{2}\vec{CA}$ (4) c.q.f.d

$\vec{ID} = \vec{IA} + \vec{AD}$ d'après la relation de Chasles
 $= \frac{3}{2}\vec{CA} + \frac{3}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$

d'après (4) d'après l'exercice 4.

Donc $\vec{ID} = \frac{3}{2}(\vec{CA} + \vec{AB} + \vec{AC})$ car $\vec{CA}$ et $\vec{AC}$ sont opposés.

$\vec{ID} = \frac{3}{2}\vec{AB}$ c.q.f.d

6) On sait que : $\vec{AI} = \frac{3}{2}\vec{AB}$ d'après la question (4)

et que $\vec{ID} = \frac{3}{2}\vec{AB}$ d'après la question (5)

On a donc $\vec{AI} = \vec{ID}$ soit ALDK est un parallélogramme.

2^{ème} 15 exercices d'entraînement progressifs : Placer des points définis par une égalité vectorielle - Corrigés.

Exercice 14 : 1) On sait que

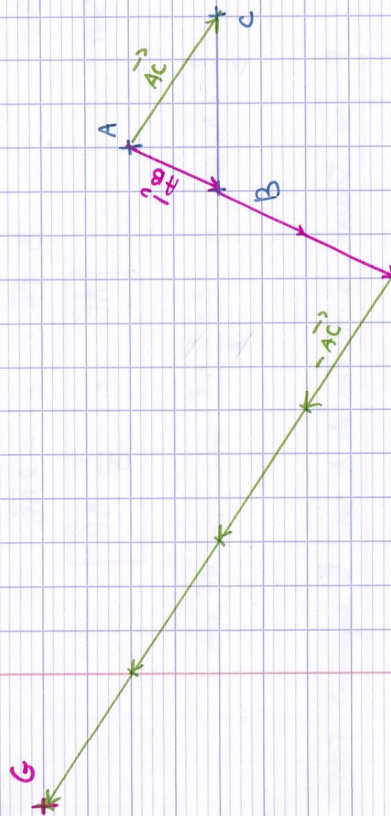
$$2\vec{GA} + 3\vec{GB} - 4\vec{GC} = \vec{0} \quad (H)$$

$$(H) \Leftrightarrow 2\vec{GA} + 3(\vec{GA} + \vec{AB}) - 4(\vec{GA} + \vec{AC}) = \vec{0}$$

$$(H) \Leftrightarrow 2\vec{GA} + 3\vec{GA} + 3\vec{AB} - 4\vec{GA} - 4\vec{AC} = \vec{0}$$

$$(H) \Leftrightarrow \vec{GA} = -3\vec{AB} + 4\vec{AC}$$

$$(H) \Leftrightarrow \vec{AG} = 3\vec{AB} - 4\vec{AC} \quad (I)$$



2) Soit tout point M du plan :

$$\vec{MG} = \vec{MA} + \vec{AG} \quad \text{d'après la relation de Chasles.}$$

$$\vec{MG} = \vec{MA} + 3\vec{AB} - 4\vec{AC} \quad \text{d'après (I)}$$

$$\vec{MG} = \vec{MA} + 3(\vec{AM} + \vec{MB}) - 4(\vec{AM} + \vec{MC}) \quad \text{d'après la relation de Chasles.}$$

$$\vec{MG} = \vec{MA} + 3\vec{AM} + 3\vec{MB} - 4\vec{AM} - 4\vec{MC}$$

$$\vec{MG} = \vec{MA} - 3\vec{MA} + \vec{MA} + 3\vec{MB} - 4\vec{MC}$$

$$\text{Soit } \vec{MG} = 2\vec{MA} + 3\vec{MB} - 4\vec{MC} \quad \text{C.Q.F.D.}$$



Exercice 15.

Le point d'équilibre F de [AB] sera le point tel que :

$$300\vec{FA} + 200\vec{FB} = \vec{0}$$

$$\text{Soit } 3\vec{FA} + 2\vec{FB} = \vec{0}$$

$$\text{Soit } 3\vec{FA} + 2(\vec{FA} + \vec{AB}) = \vec{0} \quad \text{d'après la relation de Chasles.}$$

$$\text{Soit } 3\vec{FA} + 2\vec{FA} + 2\vec{AB} = \vec{0}$$

$$\text{Soit } 5\vec{FA} = -2\vec{AB}$$

$$\text{Soit } \vec{AE} = \frac{2}{5}\vec{AB}$$

$$\frac{2}{5} \times 40 \text{ cm} = \frac{2 \times 5 \times 8}{5} \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$

F se trouve à 16 cm de A sur le segment [AB].