

Exercice 1 :

$$(E_1) \frac{17}{6}x + \frac{3}{2} = -\frac{5}{3}x - 2$$

$$(E_1) \Leftrightarrow \frac{17}{6}x + \frac{3 \times 3}{2 \times 3} = -\frac{5 \times 2}{3 \times 2}x - \frac{12}{6}$$

$$(E_1) \Leftrightarrow 17x + 9 = -10x - 12$$

$$(E_1) \Leftrightarrow 27x = -21$$

$$(E_1) \Leftrightarrow x = -\frac{21}{27} \quad S = \left\{ -\frac{21}{27} \right\}$$

$$(E_3) \frac{-2x - 6}{x^2 - 9} = \frac{-2}{x - 3}$$

Valeurs « interdites » :

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = 0 \text{ ou } x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = 3$$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-3; 3\}$

$$(E_3) \Leftrightarrow \frac{-2x - 6}{(x + 3)(x - 3)} = \frac{-2(x + 3)}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$(E_3) \Leftrightarrow -2x - 6 = -2x - 6$$

Cette égalité est vraie pour toute valeur x de l'ensemble de résolution.

Donc $S = \mathbb{R} - \{-3; 3\}$

$$(E_5) \frac{-3}{2x - 4} - \frac{5}{3x + 1} = \frac{-19x + 10}{(2x - 4)(3x + 1)}$$

Valeurs « interdites » : $2x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$

$$\text{et } 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{3}; 2\}$

$$(E_5) \Leftrightarrow \frac{-3(3x + 1)}{(2x - 4)(3x + 1)} - \frac{5(2x - 4)}{(3x + 1)(2x - 4)} = \frac{-19x + 10}{(2x - 4)(3x + 1)}$$

$$(E_5) \Leftrightarrow -3(3x + 1) - 5(2x - 4) = -19x + 10$$

$$(E_5) \Leftrightarrow -9x - 3 - 10x + 20 = -19x + 10$$

$$(E_5) \Leftrightarrow -19x + 17 = -19x + 10$$

$$(E_5) \Leftrightarrow 17 = 10, \text{ ce qui est faux quel que soit } x. \quad \text{Donc } S = \emptyset$$

Exercice 2 : Soit \boxed{x} le nombre de chaises.

Comme il y a 5 chaises de plus que de tabourets, il y a $\boxed{x - 5}$ tabourets.

Le prix des x chaises est $\boxed{30,50 x}$.

Le prix des x - 5 tabourets est $\boxed{12,20 (x - 5)}$

Le montant total de la facture est donc d'une part $\boxed{30,50 x + 12,20 (x - 5)}$ (€)

et d'autre part $\boxed{921,10}$ €.

On a donc à résoudre : $30,50 x + 12,20 (x - 5) = 921,10$ (E₆)

$$(E_2) -7x(10x - 30)(-4x - 12) = 0$$

$$(E_2) \Leftrightarrow -7x = 0 \text{ ou } 10x - 30 = 0 \text{ ou } -4x - 12 = 0$$

$$(E_2) \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 10x = 30 \text{ ou } -4x = 12$$

$$(E_2) \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 3 \text{ ou } x = -3$$

$$S = \{-3; 0; 3\}$$

$$(E_4) \frac{2x^2 - 27}{x - 5} = \frac{23}{x - 5}$$

Valeurs « interdites » :

$$x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

On résout dans $\mathbb{R} - \{5\}$

$$(E_4) \Leftrightarrow 2x^2 - 27 = 23$$

$$(E_4) \Leftrightarrow 2x^2 = 50$$

$$(E_4) \Leftrightarrow x^2 = 25$$

$$(E_4) \Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = -5$$

or 5 ne fait pas partie de l'ensemble de résolution.

Donc $S = \{-5\}$

$$(E_6) \Leftrightarrow 30,50 x + 12,20 x - 61 = 921,10$$

$$(E_6) \Leftrightarrow 42,70 x = 982,10$$

$$(E_6) \Leftrightarrow x = 982,10 : 42,7 = 23$$

Monsieur Dupont a donc acheté 23 chaises et 18 (23 - 5) tabourets.

Exercice 3 : Soit x la longueur en km du trajet parcouru en bicyclette par Pepone (jusqu'à ce qu'il abandonne la bicyclette).

Le trajet qu'il parcourt à pieds est $22 - x$.

La durée de son trajet est $\frac{x}{15}$ (durée de la partie à vélo : $t = \frac{d}{v}$ avec $v = 15$ km/h) + $\frac{22 - x}{6}$ (durée de la partie à pieds avec $v = 6$ km/h)

Quant à Don Camillo, il parcourt x km à 6 km/h et $22 - x$ km à 12 km/h.

La durée de son trajet est $\frac{x}{6} + \frac{22 - x}{12}$

Comme les deux compères arrivent en même temps à la gare, le trajet a duré le même temps pour chacun.

Donc on a : $\frac{x}{15} + \frac{22 - x}{6} = \frac{x}{6} + \frac{22 - x}{12}$ (E_7).

$$(E_7) \Leftrightarrow \frac{2x}{30} + \frac{5(22 - x)}{30} = \frac{2x}{12} + \frac{22 - x}{12}$$

$$(E_7) \Leftrightarrow \frac{2x + 110 - 5x}{5} = \frac{2x + 22 - x}{2}$$

$$(E_7) \Leftrightarrow \frac{-3x + 110}{5} = \frac{x + 22}{2}$$

$$(E_7) \Leftrightarrow 2(-3x + 110) = 5(x + 22)$$

$$(E_7) \Leftrightarrow -6x + 220 = 5x + 110$$

$$(E_7) \Leftrightarrow 110 = 11x$$

$$(E_7) \Leftrightarrow x = 10$$

10 km séparent le départ du point où a été laissé le vélo, et 12 (22 - 10) le point en question et la gare.

On peut donc calculer la durée du trajet : $\frac{10}{15} + \frac{12}{6} = \frac{2}{3} + 2$ (heures) = 2 h 40

ou encore $\frac{10}{6} + \frac{12}{12} = \frac{5}{3} + 1 = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} + 1 = 2$ h 40

Exercice 1 :

$$(E_1) \frac{5}{6}x + \frac{4}{3} = -\frac{7}{2}x - 2$$

$$(E_1) \Leftrightarrow \frac{5}{6}x + \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = -\frac{7 \times 3}{2 \times 3}x - \frac{12}{6}$$

$$(E_1) \Leftrightarrow 5x + 8 = -21x - 12$$

$$(E_1) \Leftrightarrow 26x = -20$$

$$(E_1) \Leftrightarrow x = -\frac{20}{26} = -\frac{10}{13} \quad S = \left\{ -\frac{10}{13} \right\}$$

$$(E_3) \frac{-3x + 5}{x^2 - 25} = \frac{-3}{x + 5}$$

Valeurs « interdites » :

$$x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow (x + 5)(x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 5 = 0 \text{ ou } x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -5 \text{ ou } x = 5$$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-5; 5\}$

$$(E_3) \Leftrightarrow \frac{-3x + 5}{(x + 5)(x - 5)} = \frac{-3(x - 5)}{(x + 5)(x - 5)}$$

$$(E_3) \Leftrightarrow -3x + 5 = -3x + 15$$

$$(E_3) \Leftrightarrow 5 = 15$$

Cette égalité est fautive quelle que soit la valeur choisie pour x.

Donc $S = \emptyset$

$$(E_5) \frac{-5}{2x - 6} - \frac{2}{3x + 1} = \frac{-19x + 7}{(2x - 6)(3x + 1)}$$

Valeurs « interdites » : $2x - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$

$$\text{et } 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{3}; 3\}$

$$(E_5) \Leftrightarrow \frac{-5(3x + 1)}{(2x - 6)(3x + 1)} - \frac{2(2x - 6)}{(3x + 1)(2x - 6)} = \frac{-19x + 7}{(2x - 6)(3x + 1)}$$

$$(E_5) \Leftrightarrow -5(3x + 1) - 2(2x - 6) = -19x + 7$$

$$(E_5) \Leftrightarrow -15x - 5 - 4x + 12 = -19x + 7$$

$$(E_5) \Leftrightarrow -19x + 7 = -19x + 7$$

Ce qui est vrai pour tout nombre x de l'ensemble de résolution. Donc $S = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{3}; 3\}$

Exercice 2 : Soit \boxed{x} le nombre de chaises.

Comme il y a 4 chaises de plus que de tabourets, il y a $\boxed{x - 4}$ tabourets.

Le prix des x chaises est $\boxed{31,20x}$.

Le prix des x - 4 tabourets est $\boxed{13,40(x - 4)}$

Le montant total de la facture est donc d'une part $\boxed{31,20x + 13,40(x - 4)}$ (€)

et d'autre part $\boxed{1\,016,80}$ €.

On a donc à résoudre : $31,20x + 13,40(x - 4) = 1\,016,80$ (E_6)

$$(E_2) -5x(10x - 40)(-3x - 12) = 0$$

$$(E_2) \Leftrightarrow -5x = 0 \text{ ou } 10x - 40 = 0 \text{ ou } -3x - 12 = 0$$

$$(E_2) \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 10x = 40 \text{ ou } -3x = 12$$

$$(E_2) \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 4 \text{ ou } x = -4$$

$$S = \{-4; 0; 4\}$$

$$(E_4) \frac{2x^2 - 9}{x - 4} = \frac{23}{x - 4}$$

Valeurs « interdites » :

$$x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = +4$$

On résout dans $\mathbb{R} - \{4\}$

$$(E_4) \Leftrightarrow 2x^2 - 9 = 23$$

$$(E_4) \Leftrightarrow 2x^2 = 32$$

$$(E_4) \Leftrightarrow x^2 = 16$$

$$(E_4) \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -4$$

or 4 ne fait pas partie de l'ensemble de résolution.

Donc $S = \{-4\}$

$$(E_6) \Leftrightarrow 31,20x + 13,40x - 53,60 = 1\,016,80$$

$$(E_6) \Leftrightarrow 44,60x = 1\,070,40$$

$$(E_6) \Leftrightarrow x = 1\,070,40 : 44,6 = 24$$

Monsieur Dupont a donc acheté 24 chaises et 20 (24 - 4) tabourets.

Exercice 3 : Soit x la longueur du trajet parcouru en bicyclette par Pépone (jusqu'à ce qu'il abandonne la bicyclette).

Le trajet qu'il parcourt à pieds est $\boxed{28 - x}$.

La durée de son trajet est $\boxed{\frac{x}{24} \text{ (à vélo)} + \frac{28 - x}{4} \text{ (à pieds)}}$

Quant à Don Camillo, il parcourt x km à 6 km/h et $28 - x$ km à 12 km/h.

La durée de son trajet est $\boxed{\frac{x}{6} \text{ (à pieds)} + \frac{28 - x}{12} \text{ (à vélo)}}$

Comme les deux compères arrivent en même temps à la gare, le trajet a duré le même temps pour chacun.

Donc on a : $\boxed{\frac{x}{24} + \frac{28 - x}{4} = \frac{x}{6} + \frac{28 - x}{12}}$ (E).

$$(E) \Leftrightarrow \frac{x}{24} + \frac{6(28 - x)}{24} = \frac{2x}{12} + \frac{28 - x}{12}$$

$$(E) \Leftrightarrow \frac{x + 168 - 6x}{2} = 2x + 28 - x$$

$$(E) \Leftrightarrow \frac{-5x + 168}{2} = x + 28$$

$$(E) \Leftrightarrow -5x + 168 = 2(x + 28)$$

$$(E) \Leftrightarrow -5x + 168 = 2x + 56$$

$$(E) \Leftrightarrow 112 = 7x$$

$$(E) \Leftrightarrow x = 16$$

16 km séparent le départ du bas de la pente où a été laissé le vélo, et 12 (28 - 16) km de la côte et la gare.

On peut donc calculer la durée du trajet : $\frac{16}{24} + \frac{12}{4} = \frac{2}{3} + 3$ (heures) = $\boxed{3 \text{ h } 40}$

ou encore $\frac{16}{6} + \frac{12}{12} = \frac{8}{3} + 1 = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} + 1 = 3 \text{ h } 40$