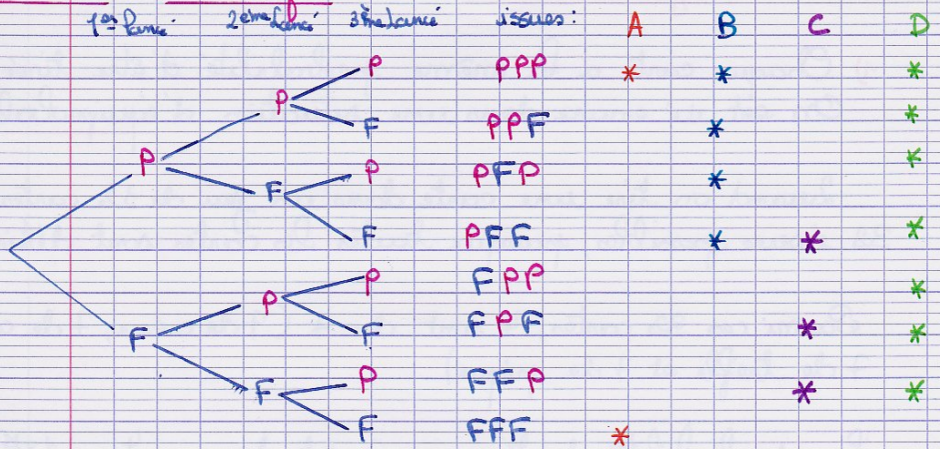
2nde - Feuille d'exercices n°4 - Probabilités - Corrigés.
1ère STI2S - Feuille d'exercices n°3

Exercice n°1 - Pile ou face.



il y a $2 \times 2 \times 2 = 8$ issues équiprobables.

$\Omega = \{PPP ; PPF ; PFP ; PFF ; FPP ; FPF ; FFP ; FFF\}$ ← l'univers des possible contient 8 issues équiprobables.

$A = \{PPP ; FFF\}$ l'événement A en contient 2. $P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$B = \{PPP ; PPF ; PFP ; PFF\}$ B en contient 4. $P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$C = \{PFF ; FPF ; FFP\}$ C contient 3 issues. $P(C) = \frac{3}{8}$

$D = \{PPP ; PPF ; PFP ; PFF ; FPP ; FPF ; FFP\}$ D contient 7 issues $P(D) = \frac{7}{8}$

Lorsque les issues sont ÉQUIPROBABLES, la probabilité d'un événement se calcule ainsi :

$$\frac{\text{nombre d'issues contenues dans l'événement}}{\text{nombre d'issues possibles.}}$$

Remarque : $\overline{D} = \{FFF\}$ $P(\overline{D}) = \frac{1}{8}$ donc $P(D) = 1 - P(\overline{D}) = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$
(autre manière de calculer $P(D)$)

Exercice 2 : un jeu de 32 cartes.

1) Chaque carte a la même probabilité d'être tirée.
On est ici encore dans une situation d'équiprobabilité.

Quand on tire une carte dans un jeu de 32 cartes, on a 32 issues possibles, puisque toutes les cartes sont distinctes.

Parmi ces 32 cartes, 4 sont des 7 (7 de cœur, 7 de carreau, 7 de trèfle et 7 de pique).

La probabilité de tirer un 7 est donc : $\frac{4}{32} = \frac{1 \times 4}{8 \times 4} = \boxed{\frac{1}{8}}$

2) 8 cartes sur les 32 sont des ♥

On peut aussi remarquer que, comme il y a autant de ♥ que de ♦ que de ♣ que de ♠, $\frac{1}{4}$ des cartes sont des ♥

La probabilité d'obtenir un ♥ est donc : $\frac{8}{32} = \frac{1 \times 8}{4 \times 8} = \boxed{\frac{1}{4}}$

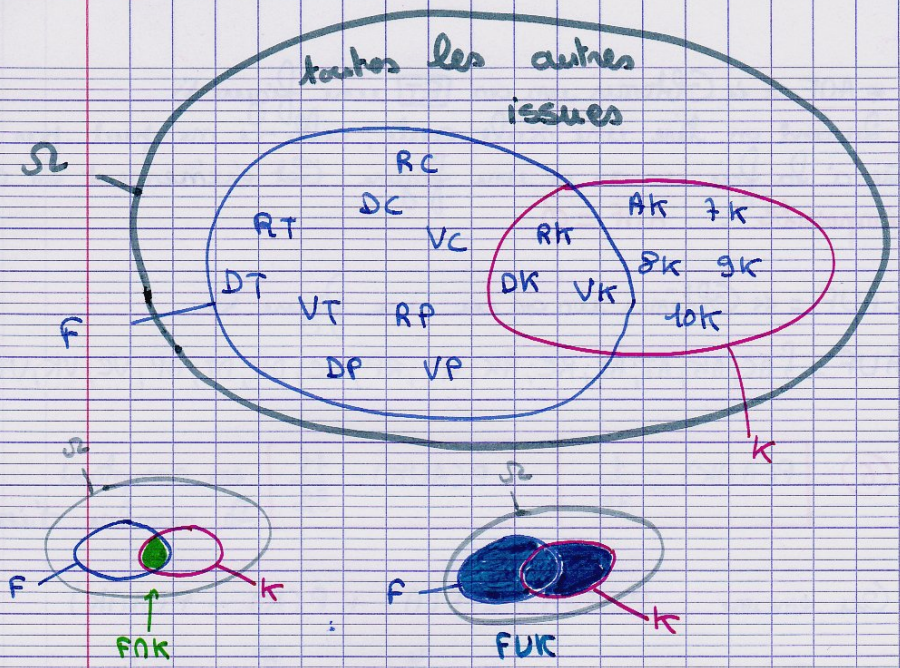
3) A = « Obtenir un as » $A = \{AC ; AK ; AT ; AP\}$
A contient 4 issues.

4) ⓐ F = « Obtenir une figure » K = « obtenir un carreau »

F∩K = « Obtenir une figure et obtenir un carreau »

F∩K = « Obtenir une figure de carreau »

ⓑ $F \cap K = \{RK ; DK ; VK\}$ ⓒ $P(F \cap K) = \boxed{\frac{3}{32}}$



5) * $A \cap K$ = « Obtenir un as ET un carreau »
= « Obtenir l'as de carreau »
$A \cap K = \{AK\}$ → C'est un événement élémentaire. (Il ne contient qu'une seule issue)

* $A \cup K$ = « Obtenir un as OU un carreau »
$A \cup K = \{AC; AK; AT; AP; RK; DK; VK; 7K; 8K; 9K; 10K\}$

* $F \cap K$ = « Obtenir une figure de carreau » $F \cap K = \{RK; DK; VK\}$

* $F \cup K$ = « Obtenir une figure OU un carreau »
$F \cup K = \{RC; DC; VC; RT; DT; VT; RP; DP; VP; RK; DK; VK; AK; 7K; 8K; 9K; 10K\}$

* $A \cap F$ = « Obtenir un as ET une figure »
Lorsque on tire une seule carte, celle-ci ne peut pas être à la fois un as et une figure. Cet événement est donc impossible. $A \cap F = \emptyset$

* $A \cup F$ = « Obtenir un as ou une figure »
$A \cup F = \{AC; AK; AT; AP; RC; RK; RT; RP; DC; DK; DT; DP; VC; VK; VT; VP\}$

6) $\boxed{P(A \cap K) = \frac{1}{32}}$ $\boxed{P(A \cup K) = \frac{11}{32}}$ en comptant le nombre d'issues.

Ou encore : $P(A \cup K) = P(A) + P(K) - P(A \cap K)$
$= \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32}$
$= \frac{11}{32}$

$\boxed{P(F \cap K) = \frac{3}{32}}$ $\boxed{P(F \cup K) = \frac{17}{32}}$ en comptant le nombre d'issues.

$P(F \cup K) = P(F) + P(K) - P(F \cap K)$
$= \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32}$
$= \frac{17}{32}$

$\boxed{P(A \cap F) = 0}$ puisque $A \cap F$ est l'événement impossible.

$P(A \cup F) = P(A) + P(F)$ car les événements A et F sont incompatibles.
$= \frac{4}{32} + \frac{12}{32}$
$= \frac{16}{32} = \frac{1 \times 16}{2 \times 16} = \frac{1}{2}$

$\boxed{P(A \cup F) = \frac{1}{2}}$

7) $\overline{F}$ = "ne pas obtenir une figure"

$P(\overline{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{12}{32} = 1 - \frac{3\times4}{8\times4} = \frac{1\times8}{1\times8} - \frac{3}{8}$

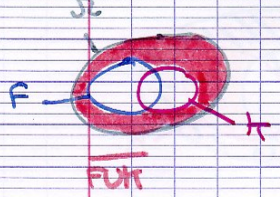
$= \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

$\boxed{P(\overline{F}) = \frac{5}{8}}$

Autre calcul possible : Dans chaque "couleur", 5 cartes ne sont pas des figures. On a donc une proportion de $\frac{5}{8}$ de "non-figures" dans un jeu de 32 cartes.

8) $\overline{F \cup K}$ = "obtenir autre chose qu'une figure ou un ♦."

= "n'obtenir ni une figure, ni un carreau."



$P(\overline{F \cup K}) = 1 - P(F \cup K)$

$= 1 - \frac{17}{32} = \frac{32}{32} - \frac{17}{32}$

$\boxed{P(\overline{F \cup K}) = \frac{15}{32}}$

9) $\overline{R \cap K}$ = "Obtenir autre chose que le roi de carreau"

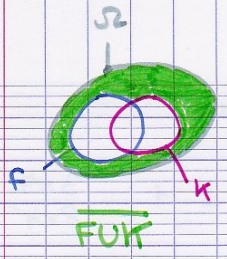
$P(\overline{R \cap K}) = 1 - P(R \cap K) = 1 - \frac{1}{32} = \frac{32}{32} - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$

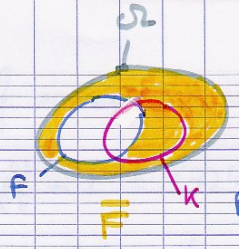
$\boxed{P(\overline{R \cap K}) = \frac{31}{32}}$

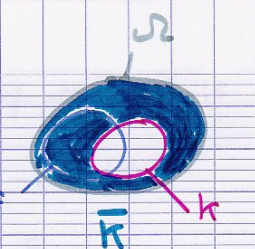
$\overline{R \cap K}$ peut aussi se formuler : "ne pas obtenir un roi **ou** ne pas obtenir un carreau"

car $\overline{R \cap K} = \overline{R} \cup \overline{K}$

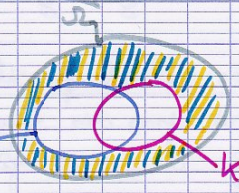
10)



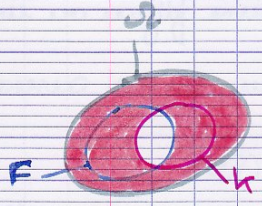




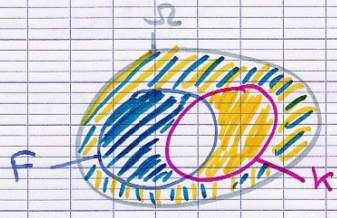
$\overline{F \cup K} = \overline{F} \cap \overline{K}$



$\overline{F} \cap \overline{K}$ est "ce qui est à la fois jaune ET bleu"



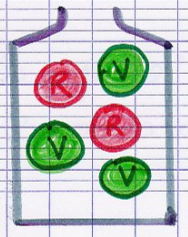
tout ce qui n'est pas dans $F \cap K$.



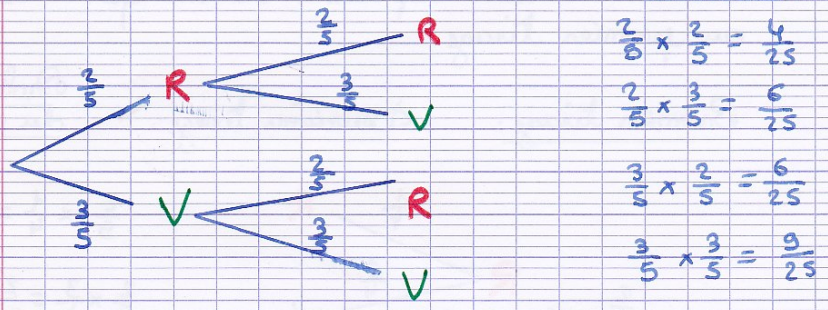
$\overline{F} \cup \overline{K}$ → "tout ce qui est au moins jaune ou bleu"

donc $\boxed{\overline{F \cap K} = \overline{F} \cup \overline{K}}$

Exercice 3 : Une urne et des boules. Avec et sans remise.



Premier cas : tirage avec remise.



Probabilité du chemin:

$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

$\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$

$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$

$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

À chaque tirage, on a 2 chances sur 5 de tirer une boule rouge et 3 chances sur 5 de tirer une boule verte, puisqu'on a 5 boules dont 3 sont vertes et 2 sont rouges et qu'on suppose que chacune a la même probabilité d'être tirée.

On se rappelle que la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui y conduisent.

Pour D = « les deux boules tirées sont de couleurs différentes » on a le chemin –R–V et le chemin –V–R.

Donc $P(D) = \frac{6}{25} + \frac{6}{25}$ $\boxed{P(D) = \frac{12}{25}}$

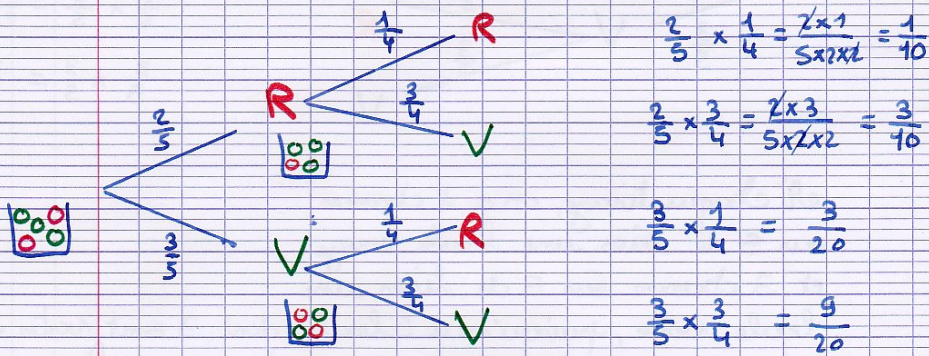
Pour A = « Au moins l'une des 2 boules tirées est rouge » on a les chemins –R–R, –R–V et –V–R.

$P(A) = \frac{4}{25} + \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{16}{25}$ $\boxed{P(A) = \frac{16}{25}}$

Aussi : $\bar{A}$ correspond au chemin –V–V $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{25}{25} - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

Deuxième cas : tirage sans remise.

⚠ Au deuxième tirage, on n'a plus que 4 boules, dont les couleurs dépendent de celle qui a été tirée au premier tirage.



$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{5 \times 2 \times 2} = \frac{1}{10}$

$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{5 \times 2 \times 2} = \frac{3}{10}$

$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$

$\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$

$P(D) = \frac{3}{10} + \frac{3}{20} = \frac{3 \times 2}{10 \times 2} + \frac{3}{20} = \frac{6}{20} + \frac{3}{20} = \frac{9}{20}$

$P(A) = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{20} = \frac{2}{20} + \frac{6}{20} + \frac{3}{20} = \frac{11}{20}$

ou $P(A) = 1 - \frac{9}{20} = \frac{20}{20} - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$

$\boxed{P(D) = \frac{9}{20}}$ $\boxed{P(A) = \frac{11}{20}}$

2nde - Feuille d'exercices n°4 - Probabilités - Corrigé.
1ère STI2D - Feuille d'exercices n°3.

Exercice 4 :

1)

x_i	(d)	(c)
p_i	0,78	0,22

Les résultats possibles →

Leur probabilité →

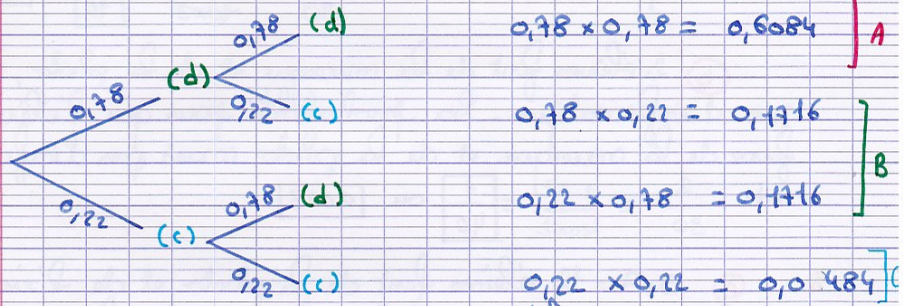
Sur 500 lancers, 390 ont donné le résultat (d)

$$\frac{390}{500} = \frac{780}{1000} = 0,78$$

110 ont donné le résultat (c)

$$\frac{110}{500} = \frac{220}{1000} = 0,22$$

2)



Probabilité du chemin :

$0,78 \times 0,78 = 0,6084$] A

$0,78 \times 0,22 = 0,1716$]

$0,22 \times 0,78 = 0,1716$] B

$0,22 \times 0,22 = 0,0484$] C

On peut vérifier : $0,6084 + 0,1716 \times 2 + 0,0484 = 1$

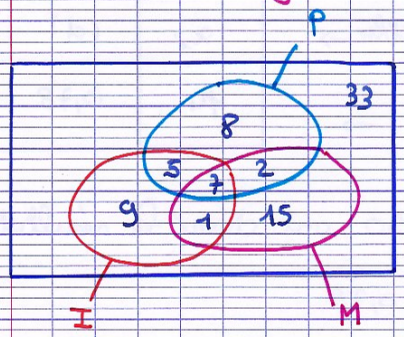
Nommons les événements :

A = "le bouchon tombe sur le dos deux fois" $P(A) = 0,6084$

B = "le bouchon tombe sur le dos une fois" $P(B) = 0,1716 \times 2 = 0,3432$

C = "le bouchon tombe sur le dos zéro fois" $P(C) = 0,0484$

Exercice 5 : Utilisons un diagramme de Venn.



a)

b) $m = 33 + 8 + 9 + 15 + 5 + 2 + 1 + 7$

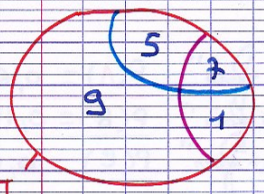
$m = 80$

2) On suppose que chaque élève du foyer a la même probabilité d'être rencontré qu'un autre → donc qu'on est dans une situation d'équiprobabilité.

a) 8 élèves du foyer sur 80 ne font que de la photo. La probabilité pour que l'élève rencontré ne fasse que de la photo est donc : $\frac{8}{80} = \frac{1 \times 8}{10 \times 8} = \frac{1}{10}$ ou 0,1.

b) 2 élèves font de la musique et de la photo, mais pas d'informatique. La probabilité pour que l'élève rencontré fasse de la musique et de la photo mais pas d'informatique, est $\frac{2}{80} = \frac{1 \times 2}{40 \times 2} = \frac{1}{40}$ ou 0,025

c) $5 + 7 = 12$ élèves font de la photo et de l'informatique.
$9 + 1 + 5 + 7 = 22$ élèves font de l'informatique.

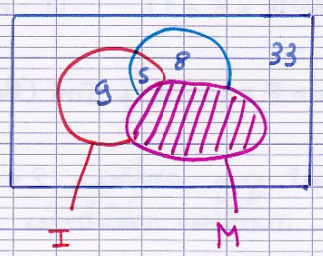


On se place ici dans l'univers I : "sachant qu'il fait de l'informatique"

$P_I(P) = \frac{12}{22} = \frac{6 \times 2}{11 \times 2} = \frac{6}{11}$

Probabilité pour que l'élève rencontré fasse de la photo, sachant qu'il fait de l'informatique.

d)



On se place dans $\overline{M}$ (tout ce qui n'appartient pas à M)

Les élèves qui ne font ni musique, ni informatique, sont : 8 + 33 = 41

Ceux qui ne font pas de musique sont : 9+5+8+33 = 55

Donc $\boxed{P_{\overline{M}}(\overline{I}) = \frac{41}{55}}$

Probabilité de $\overline{I}$ sachant $\overline{M}$.
= Probabilité pour que l'élève rencontré ne fasse pas d'informatique, sachant qu'il ne fait pas de musique.

Exercice 6. Simulons un lancer de dé(s) à 6 faces équilibré avec la calculatrice.

1) Théoriquement, RAN# sur casio (ou NbrAléat sur TI) renvoie un réel de l'intervalle $[0;1[$.

2) si $0 \leqslant RAN\# < 1$
$\times 6$ $\times 6$ $\times 6$
alors $0 \leqslant RAN\# \times 6 < 6$ RAN#x6 est dans $[0;6[$
$+1$ $+1$ $+1$
et $1 \leqslant RAN\# \times 6 + 1 < 7$ RAN#x6+1 est dans $[1;7[$

(au besoin, voir : Règles sur l'ordre)

3) Casio : Int (RAN# x 6 + 1) TI : ent(NbrAléat x6 +1)

4) Casio : Int (Ran# x6 + 1) + Int (Ran# x6 + 1)

Remarque : On ne peut pas entrer 2 x Int(Ran# x6 +1) car il faut que 2 nombres aléatoires soient calculés.

2 x Int (Ran# 6 + 1) renvoie le double du résultat obtenu au lancer d'un dé.

Alors que Int (Ran# x6 + 1) + Int (Ran# x6 + 1)
Calcule deux nombres aléatoires différents.

TI : ent (NbrAléat x6 + 1) + ent (NbrAléat x6 + 1)

5) 2) $\underset{n_1}{||}$ 3) $\underset{n_2}{|||}$ 4) $\underset{n_3}{||||}$ 5) $\underset{n_4}{||||\,||}$ 6) $\underset{n_5}{||||\,|}$ 7) $\underset{n_6}{||||\,||}$ 8) $\underset{n_7}{||||\,|}$
9) $\underset{n_8}{|||}$ 10) $\underset{n_9}{||||}$ 11) $\underset{n_{10}}{||||}$ 12) $\underset{n_{11}}{||}$

$\forall i \in [\![1;11]\!]$, $f_i = \frac{n_i}{50}$
(pour tout i, entier compris entre 1 et 11, f_i se calcule en divisant n_i par 50)

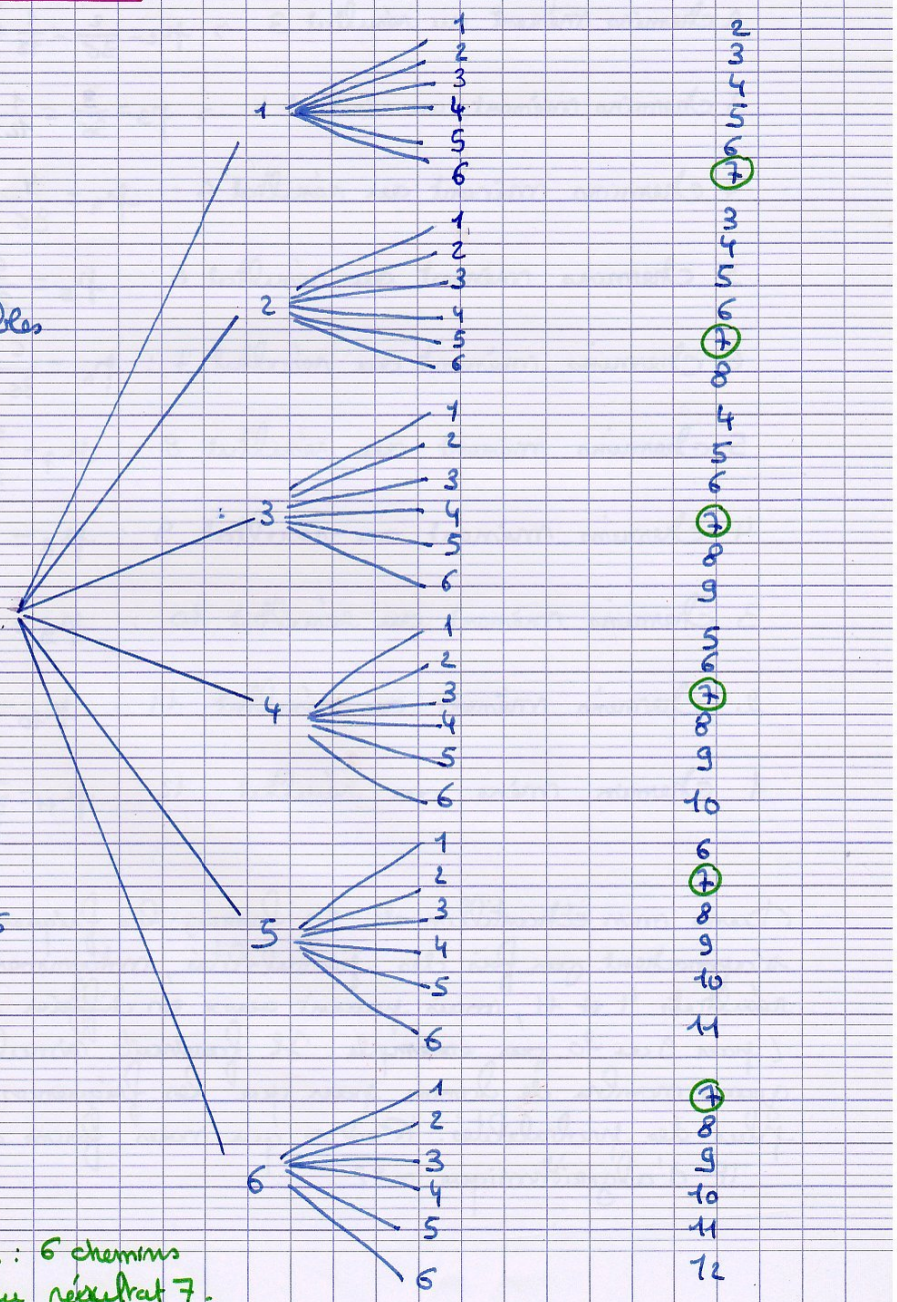
Calcul des p_i : voir page suivante.

x_i	2	3	4	5	6	7
n_i	2	3	5	7	6	7
f_i	0,04	0,06	0,08	0,14	0,12	0,14
p_i	0,03	0,05	0,08	0,11	0,14	0,17

x_i	8	9	10	11	12
n_i	6	3	5	4	2
f_i	0,12	0,06	0,1	0,08	0,04
p_i	0,14	0,11	0,05	0,08	0,03

Les 11 résultats possibles sont : $x_1 = 2$ $x_2 = 3$ $x_3 = 4$ $x_4 = 5$ $x_5 = 6$ $x_6 = 7$ $x_7 = 8$ $x_8 = 9$ $x_9 = 10$ $x_{10} = 11$ et $x_{11} = 12$.

Fin de l'exercice 6



1 chemin mène au résultat 2 → $p_1 = \frac{1}{36} \approx 0,03$

2 chemins mènent au résultat 3 → $p_2 = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \approx 0,05$

3 chemins mènent au résultat 4 → $p_3 = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \approx 0,08$

4 chemins mènent au résultat 5 : $p_4 = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 0,11$

5 chemins mènent au résultat 6 : $p_5 = \frac{5}{36} \approx 0,14$

6 chemins mènent au résultat 7 : $p_6 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0,17$

5 chemins mènent au résultat 8 : $p_7 = \frac{5}{36} \approx 0,14$

4 chemins mènent au résultat 9 : $p_8 = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 0,11$

3 chemins mènent au résultat 10 : $p_9 = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \approx 0,08$

2 chemins mènent au résultat 11 : $p_{10} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \approx 0,05$

1 chemin mène au résultat 12 : $p_{11} = \frac{1}{36} \approx 0,03$

Dans mon échantillon de 50 lancés, les fréquences s'approchent parfois des probabilités, notamment pour les résultats 4 et 11, mais peuvent aussi en différer sensiblement (pour 9 ou 10 par exemple. Il faudrait simuler un plus grand nombre de lancés pour que les fréquences s'approchent plus des probabilités. C'est ce que nous ferons dans le TP d'algorithmique n°2.

7 est le résultat le plus probable, suivi de 6 et de 8.