

2^{nde} – Programmes 2010 – Feuille d'exercices n°5

Calcul littéral : développer, factoriser, réduire.

Exercice 1 : Réduire, quand c'est possible, les expressions littérales suivantes :

On peut voir la vidéo intitulée « [AAV / Calcul littéral / Réduction d'une expression littérale](#) » de la chaîne [netprof](#) sur youtube.

$$\begin{array}{llll}
 A(x) = 13x + 9x + 2x & B(x) = x + x & C(x) = -7x - 6x + x & D(x) = 4x^2 + 2,5x^2 + 3 \\
 E(y) = -6y^2 - 8y + y^2 & F(x) = x - x^2 + x + x^2 - x & & \\
 G(x) = x^2 - 4x - 9x & H(x) = 5x^2 - 12x^2 - 6x & I(y) = 5y^2 - y & J(x) = 3x - x^2 - 7x - 4 - 6x^2 \\
 K(x, y) = -4x^2 + 5y + 2xy - 3yx + 8x + 7x^2 & L(a, b) = 13a^2 - 4ab + 12b^2 + 16ba - 10 - 15b^2 & &
 \end{array}$$

Exercice 2 : Développer à l'aide de la distributivité simple, et réduire quand c'est possible en ordonnant par puissances décroissantes.

On peut voir la vidéo intitulée « [084 / Calcul littéral / Développer et réduire une expression littérale](#) » de la chaîne [netprof](#) sur youtube.

$$\begin{array}{llllll}
 A(a, x) = a(x+2) & B(a) = -3(a+4) & C(a, x) = x(3-5a) & D(a, b) = -2b(-a+b) & E(x) = 2x(x+3) \\
 F(y) = -3y(y+5) & G(x) = -2x(x^2-7) & H(y) = 7y^2(-5-2y^2) & I(x) = 3x+2+2(7+4x) \\
 J(x) = 4x+9+6(-7+x) & K(x) = 2(1+3x^2)+x(4x-5) & L(a) = -3(a+2)+5(a-3) \\
 M(x) = 5x+7-3(8+5x) & N(x) = -7x+3-9(-2+x) & O(x) = 3(1+6x^2)-4(4x^2-5) \\
 P(x) = -4,1(2+x)-2,5x(-3-0,2x) & Q(x) = 2(4x-5)+(5x+7)-3(8+5x) \\
 R(x) = 9(x-8)-(x^2-3x)-7(x-9) & S(x) = -3(1+4x)-4(5x+8)+x(4x-7) \\
 T(x) = -5(-1+3x^2)-x(5+x)-2x(3-2x)
 \end{array}$$

Exercice 3 : Développer à l'aide de la distributivité double. Réduire et ordonner par puissances décroissantes.

On peut voir la vidéo intitulée « [241 / Calcul littéral / Développer une expression de la forme \(a+b\)\(c+d\) \(3\)](#) » de la chaîne « [netprof](#) » sur youtube.

$$\begin{array}{llll}
 A(x) = (x+5)(x+1) & B(x) = (2x-5)(x+4) & C(x) = (2x-3)(3x-8) & D(x) = -(1+2x)(9x+1) \\
 E(x) = -(2x+5)(3x-8) & F(x) = -\left(3x - \frac{3}{7}\right)(7x-14) & G(x) = 4x+(2x+1)(5x-3) \\
 H(x, y) = (x+3)(y+9)+10x-7 & I(x) = (3x-5)(7+6x)-(7+x) & J(x) = 5x+1-(x+4)(x-9) \\
 K(x) = 3(x+2)-(7+4x)(7-6x) & L(x) = 4(x+9)-(7+x)(x+1) & M(x) = -2(1-3x)-(3x+2)(x-5) \\
 N(a) = -3(a^2+2)-(a-3)(2a+7) & O(x) = -5(x+5)+(3x-1)(-4x+3)+7x-9 \\
 P(x) = 2(7x^2-1)-(4+x)(x-6)-(x+7) & Q(x) = 7-5(2x+1)-(8-4x)(2x+9) \\
 R(x) = (x+4)(x-6)-(-6+3x)(-1+x) & S(x) = -(3x-8)(x+4)-(7x-8)(-1+7x) \\
 T(x) = -(2x-5)(3-4x)+(6x-9)(-2x-1)
 \end{array}$$

Exercice 4 : Factoriser à l'aide de la distributivité simple et réduire au besoin les facteurs :

On peut voir les vidéos intitulées « [237 / Calcul littéral / Factoriser une expression de la forme ka+kb](#) » et « [AAW / Calcul littéral / Factorisation lorsque le facteur commun est une expression littérale](#) » de la chaîne [netprof](#) sur youtube.

$$\begin{array}{llllll}
 A(x) = 4x+4 & B(x) = 8x-8 & C(x) = 4+2x & D(x) = 2x-8 & E(x) = 9x^2-5x \\
 F(x) = 6x+9 & G(x) = x(x+5)+x(3x-2) & H(x) = (x+5)(2x+1)+6(2x+1) \\
 I(x) = -4x(2x+3)+(2x+3)(9x-2) & J(x) = -8x(5x+1)-8x(12-x) \\
 & & & & & \text{(On peut remarquer que } -8x(12-x) = +(-8x)(12-x) \text{)} \\
 K(x) = -7x(x+2)-(7+x)(x+2) & L(x) = -9x(4x-5)-(4x-5)(1-2x) \\
 M(x) = 5(2x+3)-(3x-8)(2x+3) & N(x) = (1-2x)(9x-1)-(9x-1)(7+3x) \\
 O(x) = (x+4)(x-6)+(-1+x)(x-6) & P(x) = (7x-4)(x+4)+(7x-4)(7x-1) \\
 Q(x) = (x+1)(5x-6)-(5x-6)(-1+4x) & R(x) = (3x+8)(x+4)-(x-1)(3x+8)
 \end{array}$$

Exercice 5 : Même consigne.

$$\begin{array}{lll} A(x, y) = (x+3)(y+9) + x+3 & B(a, b) = (a-5)(7+b) - (7+b) & C(x) = 3x+1 + (3x-1)(3x+1) \\ D(x) = x+5 + (x+5)(6x+3) & E(x) = (9x+1)^2 + 9x+1 & F(x) = (7x-3)^2 + 7x-3 \\ G(x) = 1+3x + (3x+1)^2 & H(x) = x-5 + (x-5)^2 & I(x) = (2x+1)^2 + (3x-8)(2x+1) \\ J(x) = (4x+3)^2 + (2x-8)(4x+3) & K(x) = (5+x)(8-3x) + (x+5)^2 & L(x) = (3x-1)^2 + (-1+3x)(5x+8) \\ M(x) = (4x+5)^2 - (3x-6)(4x+5) & N(x) = (5x-2)^2 - (5x-2)(x+3) & O(x) = (4-9x)(x+7) - (4-9x)^2 \\ P(x) = (4x+3)(x-5) - (x-5)^2 & Q(x) = (3x-1) - (3x-1)^2 & R(x) = (7x+5)^2 - (7x+5) \\ S(x) = (9x+7)^2 - 9x-7. & \text{Indication : } -9x-7 = -(9x+7) & T(x) = (x+5)^2 - x-5 \\ U(x) = (x-5)^2 - x+5 & V(x) = (9x-4)^2 + 4-9x & \text{Indication : } 4-9x = -(9x-4) \\ W(x) = (9x-4)^2 + (4-9x)(x+7) & X(x) = (5x-8)^2 - (8-5x)(x+2) \end{array}$$

Exercice 6 : Développer, puis réduire et ordonner par puissances décroissantes chaque expression.

On peut voir les vidéos « 098 / Calcul littéral / Développer une expression littérale de la forme $(a + b)^2$ », « AAZ / Calcul littéral / Développer une expression de la forme $(a - b)^2$ » et « ABA / Calcul littéral / Développer une expression de la forme $(a + b)(a - b)$ » de la chaîne [netprof](#) sur youtube.

$$\begin{array}{lllll} A(x) = (x+2)^2 & B(a) = (a+5)^2 & C(a) = (7+a)^2 & D(x) = (3x+5)^2 & E(a) = (6+5a)^2 \\ F(x) = \left(\frac{1}{2}x+3\right)^2 & G(x) = (x-3)^2 & H(a) = (4-a)^2 & I(b) = (b-7)^2 & J(x) = (6x-7)^2 \\ K(b) = (3-4b)^2 & L(b) = (4b-3)^2 & M(x) = (x+5)(x-5) & N(x) = (3+x)(3-x) & \\ O(x) = (x-8)(x+8) & P(a) = (a-4)(a+4) & Q(x) = (3x+1)(3x-1) & R(x) = (4-7x)(4+7x) & \\ S(x) = (2x+5)(2x-5) & T(x) = (5+2x)(5-2x) & U(x) = (2x+3)^2 & V(x) = (2x-3)^2 & \\ W(x) = (2x+3)(2x-3) & X(x) = (2x+3)^2 + (2x-3)^2 & Y(x) = (2x+3)^2 - (2x-3)^2 & & \end{array}$$

Exercice 7 : Même consigne.

$$\begin{array}{llll} A(x) = (x+1)^2 - 9 & B(x) = (4x+3)^2 - x+6 & C(x) = (5x-3)^2 - 4(x+2) & D(x) = (2x+1)^2 - (2x-1)^2 \\ E(x) = (2x-5)^2 + (2x+3)(2x-3) & F(x) = (x+2)^2 - (x-5)^2 + (x+4)(x-4) & & \\ G(x) = (7x+3)^2 - (x+2)(9x-9) & H(x) = (2x-3)(5-x) - (2x-3)^2 & & \end{array}$$

Exercice 8 : Recopier et compléter en utilisant les identités remarquables :

$$\begin{array}{lll} x^2 + 10x + 25 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots + \dots)^2 \\ 4x^2 - 12x + 9 = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots - \dots)^2 \\ (3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 25 & (2x - \dots)^2 = \dots - 24x + \dots & (\dots)^2 = \dots - 16y + 16 \\ 49a^2 + \dots + 25 = (\dots)^2 & 4x^2 - \dots = (\dots - \dots)(\dots + 1) \end{array}$$

Exercice 9 : Factoriser les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

On peut voir les vidéos « 108 / Calcul littéral / Factoriser une expression en utilisant les identités remarquables

», « 109 / Calcul littéral / Factoriser une expression en utilisant les identités remarquables (2)

», « 110 / Calcul littéral / Factoriser une expression en utilisant les identités remarquables (3) » et « 111 / Calcul littéral / Factoriser une expression en utilisant les identités remarquables (4) » de la chaîne [netprof](#) sur youtube.

$$\begin{array}{llll} A(x) = x^2 + 8x + 16 & B(x) = x^2 + 2x + 1 & C(x) = x^2 + 10x + 25 & D(x) = 9x^2 - 30x + 25 \\ E(x) = x^2 - 6x + 9 & F(x) = x^2 - 4x + 4 & G(x) = 4x^2 - 12x + 9 & H(x) = 9x^2 - 30x + 25 \\ I(x) = x^2 - 16 & J(x) = x^2 - 1 & K(x) = 4 - x^2 & L(y) = 100 - y^2 & M(b) = 169 - b^2 & N(a) = 0,01 - a^2 \\ O(x) = 4x^2 - 1 & P(a) = 16a^2 - 25 & Q(b) = 25 - 9b^2 & R(a) = 4 - 36a^2 & S(x) = -49x^2 + 1 & T(y) = y^2 - \frac{36}{49} \end{array}$$

Exercice 10 : Factoriser au maximum les expressions suivantes et réduire les facteurs.

$$A(x) = (x+1)^2 - 9 \quad B(x) = (4x+3)^2 - 1 \quad C(x) = 4 - (2x+1)^2 \quad D(x) = (5x-3)^2 - x^2$$

$$E(x) = (x+1)^2 - (x+7)^2 \quad F(x) = (2x+5)^2 - (2x+3)^2 \quad G(x) = (4x-7)^2 - (3x+5)^2 \quad H(x) = (2+5x)^2 - (4x-1)^2$$

Exercice 11 : Factoriser en plusieurs étapes :

$$A(x) = 5x^2 - 20 \quad B(x) = 3x^2 - 27 \quad C(x) = 28x^2 - 63 \quad D(x) = 8x^2 - 18$$

$$E(x) = x^2 - 4 + (x-2)(2x+1) \quad F(x) = 2x - 3 + (3-2x)^2 \quad \text{Indication : } 2x-3 \text{ et } 3-2x \text{ sont opposés,}$$

car $-(3-2x) = -3+2x = 2x-3$. Et deux nombres opposés ont le même carré.

$$G(x) = (5x+1)(-3x+4) + x(10x+2) \quad H(x) = (2x-3)(1-x) - 3(x-1)(x+2)$$

Indication : $x-1$ et $1-x$ sont opposés, donc $-(x-1) = -x+1 = 1-x$.

On peut donc remplacer $-3(x-1)(x+2)$ par $+3(1-x)(x+2)$.

Exercice 12 : Expressions semi-développées (Typiques des anciens sujets de Brevet) :

Pour chacune des expressions suivantes :

1- La développer. 2- La factoriser. 3- Développer l'expression trouvée en 2) après factorisation et vérifier que l'on trouve bien l'expression calculée en 1).

$$A(x) = (2x+3)^2 + (2x+3)(7x-2) \quad B(x) = (x+2)(3x+1) - (x+2)(2x+3)$$

$$C(x) = 9x^2 - 25 + (3x-5)(3x+5) \quad D(x) = (2x-3)(2x-7) - (6x-9)$$

Indication pour $D(x)$: factoriser préalablement $6x-9$.

$$E(x) = (4x-5)^2 - (4x-5)(7x+8) \quad F(x) = 7x(2x-3) - 4(3-2x)$$

$$G(x) = (2x+1)(7-x) + 4(x-7) - (x-7)^2$$

Exercice 13 : factoriser au maximum :

$$A(x) = (5x-3)^2 - 36 \quad B(x) = (1-x) - (3x-11)(1-x) \quad \text{Indication : } (1-x) = (1-x) \times 1.$$

$$C(x) = (7x+1)(x+3) - (x+3)^2 \quad D(x) = 9x^2 - (x+1)^2 \quad E(x) = x^2 - 24x + 144$$

$$F(x) = (2x+3)^2 - (5x-2)^2 \quad G(x) = (1+x)^2 + 1+x \quad H(x) = x^2 + 10x + 25 - (2x-3)(x+5)$$

$$I(x) = (2x-3)^2 - 25(3x+2)^2 \quad J(x) = 36x^2 - (x+4)^2 \quad K(x) = (2x+5)(x+3) - x - 3$$

Indication : $-x-3 = -(x+3)$.

$$L(x) = \frac{1}{25}x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{1}{4} \quad M(x) = \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}x - 1\right)$$

$$N(x) = (x-5)(2x-3) - (5-x)(10-x) \quad \text{Indication : } -(5-x) = -5+x = x-5 = +(x-5)$$

$$O(x) = -5x - 2 + (10x^2 + 4x) + 15x + 6 \quad P(x) = -4x^2 - 28x - (3x+21)(4x-3).$$

Une raison de ne pas faire tous ces exercices : - Ça prend un temps fou.

7 raisons de les faire :

- Ils sont très progressifs et vous amènent en douceur de la facilité vers la difficulté.
- C'est plus varié que le Sudoku et les mots fléchés, comme jeu de réussite.
- Ça crée des connexions nouvelles entre vos neurones donc développe vos capacités de raisonnement et de perception.
- Ça vous évitera de buter sur des choses calculatoires en première et terminale (et plus si affinités).
- Ça augmente votre capacité d'effort intellectuel et de concentration : dans la vie, c'est très utile d'avoir de bonnes capacités de concentration et l'habitude de travailler beaucoup, car quand on veut réussir quelque chose, il faut s'en donner la peine. Quand on a l'habitude de l'effort, ça ne coûte pas beaucoup. C'est comme une tâche ménagère : quand on n'a pas l'habitude de l'accomplir, on la trouve pénible, mais si on l'accomplit chaque jour, ça ne nous coûte plus et on n'y fait même plus attention.
- L'entraînement est ce qu'il y a de plus efficace pour acquérir un savoir-faire.
- Ce peut être très agréable : installez-vous confortablement, choisissez du bon matériel, utilisez des couleurs que vous aimez... Ça détend, même !

Pour vérifier vos résultats sur *xcas* ou sur une calculatrice de calcul formel : `expand(expression)` pour développer. `factor(expression)` pour factoriser. Mais il y a aussi la fiche des résultats et le corrigé complet.