Exercice 1 : n°67 p96

ⓐ $2x-3=5 \iff 2x=8 \iff x=4$ $S=\{4\}$

ⓑ $x+4=5x-2 \iff 6=4x \iff \frac{6}{4}=x \iff x=\frac{3}{2}$ $S=\{\frac{3}{2}\}$ ou $S=\{1,5\}$

ⓒ $3(x+1)=5x-1 \iff 3x+3=5x-1$
$\iff 4=2x$
$\iff 2=x$ $S=\{2\}$

ⓓ $-2(4-x)+1=2 \iff -8+2x+1=2$
$\iff 2x-7=2$
$\iff 2x=9$
$\iff x=\frac{9}{2}$ $S=\{\frac{9}{2}\}$ ou $S=\{4,5\}$.

n°68 p96

ⓐ $\frac{2}{3}x=4 \iff x=4\times\frac{3}{2}$ j'ai multiplié les 2 membres par l'inverse de $\frac{2}{3}$.
$\iff x=\frac{2\times2\times3}{2}$
$\iff x=6$ $S=\{6\}$

ⓑ $-3x=4 \iff x=-\frac{4}{3}$ $S=\{-\frac{4}{3}\}$
j'ai divisé les deux membres par -3.

ⓒ $-6x=\frac{2}{3} \iff x=-\frac{2}{3\times6} \iff x=-\frac{2\times1}{3\times2\times3} \iff x=-\frac{1}{9}$
j'ai divisé les deux membres par -6. $S=\{-\frac{1}{9}\}$

ⓓ $-\frac{t}{3}=2 \iff t=-6$ $S=\{-6\}$
j'ai multiplié les deux membres par -3

n°69 p96. a) $2(3x+1)-5=x+1$
Ici, on peut développer, car cela n'augmentera pas la puissance de x. On aura bien une équation du 1er degré, qu'on sait résoudre.

$2(3x-1)-5=x+1 \iff 6x-2-5=x+1$
$\iff 5x=8$
$\iff x=\frac{8}{5}$ $S=\{\frac{8}{5}\}$ ou $S=\{1,6\}$.

ⓑ $-3x+4=2(x+\frac{2}{5}) \iff -3x+4=2x+\frac{4}{5}$
$\iff 4-\frac{4}{5}=5x$
$\iff \frac{4\times5}{1\times5}-\frac{4}{5}=5x$
$\iff \frac{20}{5}-\frac{4}{5}=5x$
$\iff \frac{16}{5}=5x$
$:5 \iff \frac{16}{25}=x$ $:5$

$S=\{\frac{16}{25}\}$ ou $S=\{0,64\}$.

ⓒ $3(x-2)-1=-2(x+4) \iff 3x-6-1=-2x-8$
j'ai ajouté $2x$ et $+1$ aux 2 membres → $\iff 5x=-1$
$\iff x=-\frac{1}{5}$

$S=\{-\frac{1}{5}\}$ ou $S=\{-0,2\}$.

ⓓ $2(4-3x)=-(x+5) \iff 8-6x=-x-5$
j'ai ajouté $6x$ et 5 aux deux membres → $\iff 13=5x$
$\iff \frac{13}{5}=x$

$S=\{\frac{13}{5}\}$ ou $S=\{2,6\}$.

2nde. Feuille d'exercices n°7 - Des équations niveau 2nde à résoudre.

Corrigé.

n°70 p 96. ⓐ $2\left(\frac{x}{3}-1\right) = x - \frac{1}{3} \iff \frac{2x}{3} - 2 = x - \frac{1}{3}$

On procède à une réduction au même dénominateur. Voir chapitre 0, partie 6 et partie 4.

$\iff \frac{2x}{3} - \frac{2\times 3}{1\times 3} = \frac{x\times 3}{1\times 3} - \frac{1}{3}$

On multiplie les 2 membres par 3. On a le droit car $3 \neq 0$ →

$\iff \frac{2x-6}{3} = \frac{3x-1}{3}$

$\iff 2x - 6 = 3x - 1$

J'ai soustrait $2x$ et ajouté 1 aux deux membres →

$\iff -5 = x$

$S = \{-5\}$

ⓑ $\frac{x-5}{7} = -3 \iff x - 5 = -21 \iff x = -16$ $S = \{-16\}$

↑ J'ai multiplié les deux membres par 7

ⓒ $\frac{1}{4}x + \frac{1}{8} = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \iff \frac{1\times 2}{4\times 2} + \frac{1}{8} = -\frac{3\times 4}{2\times 4} + \frac{1\times 4}{2\times 4}$

Réduction au même dénominateur

$\iff \frac{2x+1}{8} = \frac{-12x+4}{8}$

On multiplie les 2 membres par 8 qui est non nul.

$\iff 2x + 1 = -12x + 4$

$\iff 14x = 3$

$\iff x = \frac{3}{14}$

$S = \left\{\frac{3}{14}\right\}$

Je multiplie les deux membres par 2.

car $(2x+1)\times 2 = 4x+2$

ⓓ $\frac{x-3}{2} = 2x + 1 \iff x - 3 = 4x + 2$ Je soustrais x et 2 aux deux membres.

$\iff -5 = 3x$

$\iff -\frac{5}{3} = x$

$S = \left\{-\frac{5}{3}\right\}$

Exercice 2. (E_1) $(3x-2)^2 - (5x-2)^2 = 0$

Pour pouvoir appliquer la règle du produit nul, il nous faut un produit dans un membre et 0 dans l'autre. Pour avoir un produit dans le 1er membre, nous le factoriserons.

(E_1) $(3x-2)^2 - (5x-2)^2 = 0$ $\left(a^2 - b^2 = 0\right)$

$(E_1) \iff (3x-2+5x-2)(3x-2-(5x-2)) = 0$

$((a+b)(a-b) = 0)$

$(E_1) \iff (8x-4)(3x-2-5x+2) = 0$

Règle du produit nul → $(E_1) \iff (8x-4)(-2x) = 0$

$(E_1) \iff 8x - 4 = 0$ ou $-2x = 0$

$(E_1) \iff 8x = 4$ ou $x = 0$

$(E_1) \iff x = \frac{1}{2}$ ou $x = 0$

car $\frac{4}{8} = \frac{1\times 4}{2\times 4} = \frac{1}{2}$ car $\frac{0}{-2} = 0$

$S = \left\{0 ; \frac{1}{2}\right\}$

Suite de l'exercice 2. (E_2) $(x+7)^2 = (x-1)(x+7)$

Ce serait une erreur de diviser les deux membres par $x+7$, parce que $x+7$ peut valoir 0 : lorsque $x=7$. On oublierait alors la solution $x=7$. On va procéder comme pour (E_1) en rassemblant les termes dans le 1er membre, puis en le factorisant, afin d'appliquer la règle du produit nul.

$(E_2) \iff \underbrace{(x+7)}_{k\,a}{}^2 - \underbrace{(x-1)}_{b}\underbrace{(x+7)}_{k} = 0$

$(E_2) \iff \underbrace{(x+7)}_{k}\underbrace{(\quad\cdot\quad - \quad b\quad)} = 0$

On a factorisé le 1er membre en utilisant la distributivité simple.

⚠ Ne pas oublier de garder la parenthèse après un −.

$(E_2) \iff (x+7)(x+7-x-1) = 0$

$(E_2) \iff (x+7) \times 6 = 0$ (:6)

$(E_2) \iff x+7 = 0$ (−7)

$(E_2) \iff x = -7$

$S = \{-7\}$

(E_3) $(x+1)^2 = 1$ C'est une équation du type $x^2 = a$ avec $a = 1$. $x^2 = a$ avec $a > 0$ a pour solutions $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$ (cf. cours)

$(E_3) \iff x+1 = -1$ ($-\sqrt{1}$) ou $x+1 = 1$ ($\sqrt{1}$)

$(E_3) \iff x = -2$ ou $x = 0$

$S = \{-2; 0\}$

(E_4) $(x+3)^2 = -1$ $S = \emptyset$ L'équation n'a pas de solution parmi les réels. Elle est du type $x^2 = a$ avec $a < 0$.

(E_5) $x^2 + 1 = x + 1 \iff x^2 = x$ en soustrayant 1 aux deux membres.

$\iff x^2 - x = 0$

Factorisation avec la distributivité simple → ($\iff x \times x - x \times 1 = 0$)

règle du produit nul → $\iff x(x-1) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x - 1 = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 1$

$S = \{0; 1\}$

(E_6) $(2x+3)(x+5) = 15$ On ne peut pas appliquer la règle du produit nul car le 2ème membre est 15. Mais on remarque que, si on développe le 1er membre, le terme constant (= sans x) sera 15, qui va se "simplifier" avec le 15 du 2ème membre.

$(E_6) \iff 2x^2 + 10x + 3x + 15 = 15$ en soustrayant 15 aux 2 membres

$(E_6) \iff 2x^2 + 13x = 0$

($(E_6) \iff x \times 2x + x \times 13 = 0$)

$(E_6) \iff x(2x+13) = 0$

$(E_6) \iff x = 0$ ou $2x + 13 = 0$

$(E_6) \iff x = 0$ ou $2x = -13$

$(E_6) \iff x = 0$ ou $x = -\frac{13}{2}$

$S = \left\{-\frac{13}{2}; 0\right\}$

(E_4) $(-3x+2)(x+1)=2$ analogue à (E_6)

$(E_4) \iff -3x^2 - 3x + 2x + 2 = 2$

$(E_4) \iff -3x^2 - x = 0$ ← En soustrayant 2 aux 2 membres

$(E_4) \iff (-x)\times 3x + (-x)\times 1 = 0$

$(E_4) \iff -x(3x+1)=0$

$(E_4) \iff$ $\times(-1)$ $\begin{cases} -x=0 \\ x=0 \end{cases}$ $\times(-1)$ ou $3x+1=0$

$(E_4) \iff x=0$ ou $3x=-1$

$(E_4) \iff x=0$ ou $x=-\frac{1}{3}$

$S=\left\{-\frac{1}{3};0\right\}$

(E_8) $2x^2-8=0$ équation $x^2=a$ avec $a>0$

méthode 1 : $(E_8) \iff 2x^2=8 \iff x^2=4 \iff x=-2$ ou $x=2$ $S=\{-2;2\}$

méthode 2 : $(E_8) \iff 2(x^2-4)=0 \iff 2(x+2)(x-2)=0$

$\iff 2=0$ ou $x+2=0$ ou $x-2=0$ (toujours faux)

$\iff x=-2$ ou $x=2$ $S=\{-2;2\}$

en factorisant le 1er membre et en appliquant la règle du produit nul.

(E_9) $3x^2+12=0 \iff 3x^2=-12 \iff x^2=-4$ $S=\emptyset$

L'équation n'a pas de solution réelle. (réelle = dans $\mathbb{R}$)

(elle est du type $x^2=a$ avec $a<0$)

(E_{10}) $(x-1)^2-9=0$ du type $x^2=a$ avec $a>0$

méthode 1 : $(E_{10}) \iff (x-1)^2=9$

$(E_{10}) \iff x-1=-3$ ou $x-1=3$

$(E_{10}) \iff x=-2$ ou $x=4$ $S=\{-2;4\}$

méthode 2 : $(E_{10}) \iff (x-1)^2-3^2=0$ On factorise à l'aide de la 3ème identité remarquable.

$(E_{10}) \iff (x-1+3)(x-1-3)=0$

$(E_{10}) \iff (x+2)(x-4)=0$ Règle du produit nul.

$(E_{10}) \iff x+2=0$ ou $x-4=0$

$(E_{10}) \iff x=-2$ ou $x=4$ $S=\{-2;4\}$

(E_{11}) $(1-3x)^2=4 \iff 1-3x=-2$ ou $1-3x=2$

$\iff -3x=-3$ ou $-3x=1$

$\iff x=1$ ou $x=-\frac{1}{3}$

$S=\left\{-\frac{1}{3};1\right\}$

(E_{12}) $x^2-4=(x-2)^2(x+3)$ ⚠ Ne pas développer le 2nd membre, sinon on obtiendrait un terme en x^3.

$(E_{12}) \iff (x+2)(x-2)=(x-2)^2(x+3)$ car $x^2-2^2=(x+2)(x-2)$

$(E_{12}) \iff \underbrace{(x+2)}_{a}\underbrace{(x-2)}_{b} - \underbrace{(x-2)^2}_{b}\underbrace{(x+3)}_{c}=0$

$(E_{12}) \iff \underbrace{(x-2)}_{b}\left[\underbrace{x+2}_{a} - \underbrace{(x-1)(x+3)}_{c}\right]=0$

$(E_{12}) \iff (x-2)\left[x+2-(x^2+3x-2x-6)\right]=0$

$(E_{12}) \iff (x-2)(x+2-x^2-3x+2x+6)=0$

$(E_{12}) \iff (x-2)(-x^2+8)=0$

$(E_{12}) \iff x-2=0$ ou $-x^2+8=0$

$(E_{12}) \iff x=2$ ou $8=x^2$

$(E_{12}) \iff x=2$ ou $x=-\sqrt{8}$ ou $x=\sqrt{8}$

$(E_{12}) \iff x=2$ ou $x=-2\sqrt{2}$ ou $x=2\sqrt{2}$

$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

$S=\{-2\sqrt{2};2;2\sqrt{2}\}$

Suite de l'exercice 2. (E_{13}) $(x^2+4x+2)^2 = x^4$

$(E_{13}) \iff (x^2+4x+2)^2 = (x^2)^2$ ← formule $(a^n)^m = a^{n\times m}$

Deux réels qui ont le même carré sont soit égaux, soit opposés.

$(E_{13}) \iff x^2+4x+2 = x^2$ ou $x^2+4x+2 = -x^2$

$(E_{13}) \iff$ ($-x^2$) $4x+2 = 0$ ou ($+x^2$) $2x^2+4x+2 = 0$

$(E_{13}) \iff 4x = -2$ ou $2(x^2+2x+1) = 0$

car $2x^2+4x+2 = \frac{2}{k=a}\frac{x}{k}\frac{x^2}{b}+\frac{2}{k}\frac{x}{b}\frac{x}{k}+\frac{2}{k=c}\frac{x}{k}\frac{2}{c}$

$= 2(x^2+2x+2)$

$k(a+b+c)$

$(E_{13}) \iff x = -\frac{1}{2}$ ou $2(x+1)^2 = 0$

Car $\frac{-2}{4} = -\frac{2\times1}{2\times2} = -\frac{1}{2}$

car $x^2+2x+1 = x^2+2\times x\times1+1^2 = (x+1)^2$

(factorisation avec la première identité remarquable).

$(E_{13}) \iff x = -\frac{1}{2}$ ou $2 = 0$ ou $(x+1)^2 = 0$ (règle du produit nul)

↑ fausse pour tout x (cf. vidéo : équations et inéquations du 1er degré)

$(E_{13}) \iff x = -\frac{1}{2}$ ou $x+1 = 0$

↑ Équation du type $X^2 = 0 \iff X = 0$

$(E_{13}) \iff x = -\frac{1}{2}$ ou $x = -1$

$S = \left\{-1; -\frac{1}{2}\right\}$

n°78 p 97

ⓐ $\underbrace{(x-1)(2x+3)}_{\text{produit}} = \underbrace{0}_{\text{nul}} \iff x-1=0$ ou $2x+3=0$

$\iff x = 1$ ou $2x = -3$

$\iff x = 1$ ou $x = -\frac{3}{2}$

$S = \left\{-\frac{3}{2}; 1\right\}$ ou $S = \{-1{,}5; 1\}$

ⓑ $\underbrace{x^2(x+3)}_{\text{produit}} = \underbrace{0}_{\text{nul}} \iff x^2 = 0$ ou $x+3=0$

$\iff x = 0$ ou $x = -3$

équation du type $x^2 = a$ avec $a = 0$

$S = \{-3; 0\}$

ⓒ $4x^2+5x = 0$

Le premier membre n'est pas un produit. Il faudrait le factoriser.

ⓓ $(2x+3)(x+6) = 1$ ← le second membre n'est pas nul

ⓔ $\underbrace{(2x-5)(x+1)}_{\text{produit}} = \underbrace{0}_{\text{nul}} \iff 2x-5=0$ ou $x+1=0$

$\iff 2x = 5$ ou $x = -1$

$\iff x = \frac{5}{2}$ ou $x = -1$

$S = \left\{-1; \frac{5}{2}\right\}$ ou $S = \{-1; 2{,}5\}$

ⓕ $\underbrace{(2x-5)(x+4)-1}_{} = 0$

Le premier membre n'est pas un produit.

n°79 p 97

ⓐ $3x(2x+5) = 0 \iff 3x = 0$ ou $2x+5=0$

$\iff$ (:3) $x = 0$ (:3) ou $2x = -5$

$\iff x = 0$ ou $x = -\frac{5}{2}$

$S = \left\{-\frac{5}{2}; 0\right\}$ ou $S = \{-2{,}5; 0\}$

Suite de l'exercice 2. Suite des n° 79 p 97

(b) $5x^2 + 12x = 0 \iff \underbrace{x}_{k} \times \underbrace{5x}_{a} + \underbrace{x}_{k} \times \underbrace{12}_{b} = 0$

$\iff \frac{x}{k}\left(\frac{5x}{a} + \frac{12}{b}\right) = 0$

$\iff x = 0$ ou $5x + 12 = 0$

$\iff x = 0$ ou $5x = -12$

$\iff x = 0$ ou $x = -\frac{12}{5}$

$S = \left\{-\frac{12}{5} ; 0\right\}$ ou $S = \{-2,4 ; 0\}$

(c) $x^3 - 5x = 0 \iff x \times x^2 - x \times 5 = 0$

$\iff x(x^2 - 5) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x^2 - 5 = 0$ — équation du type $x^2 = a$ avec $a > 0$

$\iff x = 0$ ou $x^2 = 5$

$\iff x = 0$ ou $x = -\sqrt{5}$ ou $x = \sqrt{5}$

$S = \{-\sqrt{5} ; 0 ; \sqrt{5}\}$

(d) $(2x - 1) \times (x + 1) = 0 \iff 2x - 1 = 0$ ou $x + 1 = 0$

$\iff 2x = 1$ ou $x = -1$

$\iff x = \frac{1}{2}$ ou $x = -1$

$S = \left\{-1 ; \frac{1}{2}\right\}$ ou $S = \{-1 ; 0,5\}$

n° 80 p 97 (a) $5x^2 + x = 0 \iff x \times 5x + x \times 1 = 0$

$\iff x(5x + 1) = 0$

$\iff x = 0$ ou $5x + 1 = 0$

$\iff x = 0$ ou $5x = -1$

$\iff x = 0$ ou $x = -\frac{1}{5}$

$S = \left\{-\frac{1}{5} ; 0\right\}$ ou $S = \{-0,2 ; 0\}$

(b) $x^3 + 4x = 0 \iff x \times x^2 + x \times 4 = 0$

$\iff x(x^2 + 4) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x^2 + 4 = 0$

$\iff x = 0$ ou $x^2 = -4$ — toujours faux

équation du type $x^2 = a$ avec $a < 0$

$S = \{0\}$

Il y a une seule solution : le nombre zéro.

(c) $x^3 - 2x^2 = 0 \iff x^2 \times x - x^2 \times 2 = 0$

$\iff x^2(x - 2) = 0$

Équation du type $x^2 = a$, avec $a = 0$ →

$\iff x^2 = 0$ ou $x - 2 = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 2$ $S = \{0 ; 2\}$

(d) $4x^2 - 1 = 0 \iff (2x)^2 - 1^2 = 0$

On factorise à l'aide de la troisième identité remarquable →

$\iff (2x + 1)(2x - 1) = 0$

$\iff 2x + 1 = 0$ ou $2x - 1 = 0$

$\iff 2x = -1$ ou $2x = 1$

$\iff x = -\frac{1}{2}$ ou $x = \frac{1}{2}$

$S = \left\{-\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right\}$ ou $S = \{-0,5 ; 0,5\}$

n° 82 p 97. (a) $\underbrace{2x(x-1)}_{\text{le terme en } x^2 \text{ sera } 2x^2} - 3 = \underbrace{x^2 + (x+1)^2}_{\text{ici aussi}}$ (E_1)

En soustrayant $2x^2$ aux 2 membres, on se retrouvera avec une équation du 1er degré.

On a développé à l'aide de la première identité remarquable.

$(E_1) \iff 2x^2 - 2x - 3 = x^2 + x^2 + 2x + 1$ $\quad -2x^2$

$(E_1) \iff -2x - 3 = 2x + 1$ $\quad -2x + 3$

$(E_1) \iff -4x = 4$ $\quad :(-4)$

$(E_1) \iff x = -1$

$S = \{-1\}$

Suite de l'exercice 2. Suite du n° 82 p. 97.

⑧ $(3x+1)^2 - (x+1)(3x+4) = 0$

↓

Le terme en x^2 sera $9x^2$ car $(3x)^2 = 9x^2$

Le terme en x^2 sera $3x^2$

⇒ Les termes en x^2 ne vont pas s'annuler.

Si on développe, on aura une équation du 2ème degré, pas du 1er degré.

⑨ $3 - (x+4)^2 = 4(x+5) - x^2$ (E_3)

↑ le terme en x^2 sera $-x^2$

Comme ici. Ils vont donc s'annuler.

$(E_3) \iff 3 - (x^2 + 2\times x\times 4 + 4^2) = 4x + 20 - x^2$

$(E_3) \iff 3 - \cancel{x^2} - 8x - 16 = 4x + 20 \cancel{- x^2}$

$(E_3) \iff -8x - 13 = 4x + 20$

$(E_3) \iff -12x = 33$

$(E_3) \iff x = -\frac{33}{12}$

or $\frac{33}{12} = \frac{3\times 11}{3\times 4} = \frac{11}{4}$ donc $(E_3) \iff x = -\frac{11}{4}$

$S = \left\{-\frac{11}{4}\right\}$

n° 83 p. 97

⑧ $4x^2 = 3x \iff 4x^2 - 3x = 0$

↑ ne surtout pas diviser les deux membres par x, car on oublierait alors la solution $x = 0$.

$\iff x\times 4x - x\times 3 = 0$

$\iff x(4x-3) = 0$

$\iff x = 0$ ou $4x - 3 = 0$

$\iff x = 0$ ou $4x = 3$

$\iff x = 0$ ou $x = \frac{3}{4}$

$S = \{0; \frac{3}{4}\}$ ou $S = \{0; 0{,}75\}$

⑨ $(2x-1)(x+3) = 0 \iff 2x - 1 = 0$ ou $x + 3 = 0$

$\iff 2x = 1$ ou $x = -3$

$\iff x = \frac{1}{2}$ ou $x = -3$

$S = \{-3; \frac{1}{2}\}$ ou $S = \{-3; 0{,}5\}$

⑩ $3x(x-1) = 5(x-1) \iff \underbrace{3x}_{a}\underbrace{(x-1)}_{k} - \underbrace{5}_{b}\underbrace{(x-1)}_{k} = 0$

↑ ne surtout pas diviser les deux membres par $x-1$, car on oublierait la solution $x = 1$

$\iff \underbrace{(x-1)}_{k}\underbrace{(3x-5)}_{a\ \ b} = 0$

$\iff x - 1 = 0$ ou $3x - 5 = 0$

$\iff x = 1$ ou $3x = 5$

$\iff x = 1$ ou $x = \frac{5}{3}$

$S = \{1; \frac{5}{3}\}$

⑪ $2x \cancel{+3} = x^2 \cancel{+3} \iff 2x = x^2$

$\iff 0 = x^2 - 2x$

$\iff 0 = x\times x - x\times 2$

$\iff 0 = x(x-2)$

$\iff x = 0$ ou $x - 2 = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 2$

$S = \{0; 2\}$

n° 84 p. 97

⑧ $(x-2)^2 = 0 \iff x - 2 = 0 \iff x = 2$ $S = \{2\}$

du type $X^2 = a$ avec $a = 0$

⑨ $(2x-1)(4-x) = 0 \iff 2x - 1 = 0$ ou $4 - x = 0$

$\iff 2x = 1$ ou $4 = x$

$\iff x = \frac{1}{2}$ ou $x = 4$

$S = \{\frac{1}{2}; 4\}$ ou $S = \{0{,}5; 4\}$.

Suite de l'exercice 2. Suite du n°84 p97.

ⓒ $x + (x-2) = -1 \iff x + x - 2 = -1$

$\iff 2x = 1$

$\iff x = \frac{1}{2}$ $\quad S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

ⓓ $x(x-2) = -1 \iff x^2 - 2x = -1$

$\iff x^2 - 2x + 1 = 0$

$\iff x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 = 0$

$\iff (x-1)^2 = 0$

$\iff x - 1 = 0$

$\iff x = 1$

$S = \{1\}$

On factorise à l'aide de la 2ème identité remarquable.

Equation du type $x^2 = a$ avec $a = 0$

n°85 p97.

ⓐ $(x+1)^2 - 16x^2 = 0 \iff (x+1)^2 - (4x)^2 = 0$ (car $(ab)^n = a^n \times b^n$)

On factorise le premier membre à l'aide de la troisième identité remarquable

$\iff (x+1+4x)(x+1-4x) = 0$

$\iff (5x+1)(-3x+1) = 0$

$\iff 5x+1 = 0$ ou $-3x+1 = 0$

$\iff 5x = -1$ ou $-3x = -1$

$\iff x = -\frac{1}{5}$ ou $x = \frac{1}{3}$

$S = \left\{-\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right\}$ ou $S = \{-0{,}2 ; \frac{1}{3}\}$

ⓑ $3x^3 + 2x^2 = 0 \iff \frac{x^2}{k} \times \frac{3x}{a} + \frac{x^2}{k} \times \frac{2}{b} = 0$

$\iff \frac{x^2}{k}\left(\frac{3x}{a} + \frac{2}{b}\right) = 0$

$\iff x^2 = 0$ ou $3x + 2 = 0$

$\iff x = 0$ ou $3x = -2$

$\iff x = 0$ ou $x = -\frac{2}{3}$

$S = \left\{-\frac{2}{3}; 0\right\}$

Equation du type $x^2 = a$ avec $a = 0$

ⓒ $2x^3 = 5x^2 \iff 2x^3 - 5x^2 = 0$

$\iff x^2 \times 2x - x^2 \times 5 = 0$

$\iff x^2 \times (2x - 5) = 0$

$\iff x^2 = 0$ ou $2x - 5 = 0$

$\iff x = 0$ ou $2x = 5$

$\iff x = 0$ ou $x = \frac{5}{2}$

$S = \left\{0; \frac{5}{2}\right\}$ ou $S = \{0; 2{,}5\}$

Ne surtout pas diviser les 2 membres par x^2 car on oublierait la solution $x = 0$.

Equation du type $x^2 = a$ avec $a = 0$

ⓓ $16x^2 = 24x \iff 16x^2 - 24x = 0$

$\iff 8x \times 2x - 8x \times 3 = 0$

$\iff 8x(2x - 3) = 0$

$\iff 8x = 0$ ou $2x - 3 = 0$

$\iff :8 \left(x = 0 \right) :8$ ou $2x = 3$

$\iff x = 0$ ou $x = \frac{3}{2}$

$S = \left\{0; \frac{3}{2}\right\}$ ou $S = \{0; 1{,}5\}$

Ne surtout pas diviser les 2 membres par x, car on oublierait la solution $x = 0$.

n°86 p97

ⓐ $x(x+4) = -4 \iff x^2 + 4x = -4$

$\iff x^2 + 4x + 4 = 0$

$\iff x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = 0$

$\iff (x+2)^2 = 0$

$\iff x + 2 = 0$

$\iff x = -2$ $\quad S = \{-2\}$

On factorise à l'aide de la première identité remarquable.

ⓑ $(x+1)^3 - (x+1)^2 = 0 \iff \frac{(x+1)^2}{k} \times \frac{(x+1)}{a} - \frac{(x+1)^2}{k} \times \frac{1}{b} = 0$

$\iff \frac{(x+1)^2}{k}\underbrace{(x+1-1)}_{a} = 0$

Equation du type $x^2 = a$ avec $a = 0$

$\iff (x+1)^2 = 0$ ou $x = 0$

$\iff x + 1 = 0$ ou $x = 0$

$\iff x = -1$ ou $x = 0$

$S = \{-1; 0\}$

Suite de l'exercice 2 - Suite du n°86 p 97.

ⓒ $4x^2-2x=6(2x-1) \iff \underbrace{2x}_{k}\times\underbrace{2x}_{a}-\underbrace{2x}_{k}\times\underbrace{1}_{b}=6(2x-1)$

$\iff \underbrace{2x}_{k}\left(\underbrace{2x}_{a}-\underbrace{1}_{b}\right)=6(2x-1)$

$\iff \underbrace{2x}_{a}\times\underbrace{(2x-1)}_{k}-\underbrace{6}_{b}\times\underbrace{(2x-1)}_{k}=0$

$\iff \underbrace{(2x-1)}_{k}\left(\underbrace{2x}_{a}-\underbrace{6}_{b}\right)=0$

$\iff 2x-1=0$ ou $2x-6=0$

$\iff 2x=1$ ou $2x=6$

$\iff x=\frac{1}{2}$ ou $x=3$

$S=\left\{\frac{1}{2};3\right\}$ ou $S=\{0,5;3\}$

ⓓ $(x+2)^2-3x-6=0 \iff (x+2)^2-3(x+2)=0$

car $-3(x+2)=-3x-6$

$\iff \underbrace{(x+2)}_{k}\underbrace{(x+2)}_{a}-\underbrace{3}_{b}\underbrace{(x+2)}_{k}=0$

$\iff \underbrace{(x+2)}_{k}\left(\underbrace{x+2}_{a}-\underbrace{3}_{b}\right)=0$

$\iff (x+2)(x-1)=0$

$\iff x+2=0$ ou $x-1=0$

$\iff x=-2$ ou $x=1$

$S=\{-2;1\}$

n°87 p 97.

ⓐ $9x^2-4x=2x-1 \iff 9x^2-6x+1=0$

$\iff (3x)^2-2\times 3x\times 1+1^2=0$

$\iff (3x-1)^2=0$

$\iff 3x-1=0$

$\iff 3x=1$

$\iff x=\frac{1}{3}$

$S=\left\{\frac{1}{3}\right\}$

On factorise à l'aide de la 2ème identité remarquable

Equation du type $x^2=a$ avec $a=0$.

ⓑ $(2x+1)^2=4x^2-1 \iff (2x+1)^2=(2x)^2-1^2$

$\iff (2x+1)^2=(2x+1)(2x-1)$

$\iff (2x+1)^2-(2x+1)(2x-1)=0$

$\iff \underbrace{(2x+1)}_{k}\underbrace{(2x+1)}_{a}-\underbrace{(2x+1)}_{k}\underbrace{(2x-1)}_{b}=0$

$\iff \underbrace{(2x+1)}_{k}\left(\underbrace{2x+1}_{a}-\underbrace{(2x-1)}_{b}\right)=0$

$\iff (2x+1)(2x+1-2x+1)=0$

$\iff (2x+1)\times 2=0$

$\iff 2x+1=0$ (:2 / :2)

$\iff 2x=-1$

$\iff x=-\frac{1}{2}$

$S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

On factorise à l'aide de la 3ème identité remarquable.

ⓒ $4(x+1)^2=2(x+1)(2x-3) \iff \underbrace{4(x+1)}_{a}\underbrace{(x+1)}_{k}-\underbrace{2(x+1)}_{k}\underbrace{(2x-3)}_{b}=0$

$\iff \underbrace{(x+1)}_{k}\left[\underbrace{4(x+1)}_{a}-\underbrace{2(2x-3)}_{b}\right]=0$

$\iff (x+1)[4x+4-4x+6]=0$

$\iff (x+1)\times 10=0$

$\iff x+1=0$ (:10 / :10)

$\iff x=-1$

$S=\{-1\}$

Suite de l'exercice 2 - Suite du n°87 p 97.

ⓓ $x^4-16=0 \iff (x^2)^2-4^2=0$

On factorise deux fois à l'aide de la 3ème identité remarquable.

$\iff (x^2+4)(x^2-4)=0$

$\iff (x^2+4)(x^2-2^2)=0$

$\iff (x^2+4)(x+2)(x-2)=0$

Règle du produit nul $\Rightarrow$ $\iff x^2+4=0$ ou $x+2=0$ ou $x-2=0$

$\iff \underbrace{x^2=-4}$ ou $x=-2$ ou $x=2$

Équation du type $x^2=a$ avec $a<0$ → toujours faux (si x est réel)

$S=\{-2;2\}$

n°39 p 120

ⓐ $(x-1)^2=4 \iff x-1=-2$ ou $x-1=2$

$\iff x=-1$ ou $x=3$

$S=\{-1;3\}$

Dans cet exercice, toutes les équations sont du type $X^2=a$.

ⓑ $(x-1)^2=2 \iff x-1=\sqrt{2}$ ou $x-1=-\sqrt{2}$

$\iff x=\sqrt{2}+1$ ou $x=-\sqrt{2}+1$

$\iff x=1+\sqrt{2}$ ou $x=1-\sqrt{2}$

$S=\{1-\sqrt{2}\ ;\ 1+\sqrt{2}\}$

ⓒ $(3x+4)^2=9 \iff 3x+4=3$ ou $3x+4=-3$

$\iff 3x=-1$ ou $3x=-7$

$\iff x=-\frac{1}{3}$ ou $x=-\frac{7}{3}$

$S=\{-\frac{7}{3};-\frac{1}{3}\}$

ⓓ $(-5x-1)^2=3 \iff -5x-1=\sqrt{3}$ ou $-5x-1=-\sqrt{3}$

$\iff -5x=\sqrt{3}+1$ ou $-5x=-\sqrt{3}+1$

$\iff x=\frac{\sqrt{3}+1}{-5}$ ou $x=\frac{-\sqrt{3}+1}{-5}$

$\iff x=\frac{-\sqrt{3}-1}{5}$ ou $x=\frac{\sqrt{3}-1}{5}$

J'ai multiplié le numérateur et le dénominateur par -1 afin d'avoir un dénominateur positif (On a pour habitude de ne pas laisser de dénominateur négatif)

$S=\{\frac{-1-\sqrt{3}}{5};\frac{-1+\sqrt{3}}{5}\}$

n°40 p 120

Les deux premières équations sont du type $x^2=a$.
La dernière est du type "carrés égaux".

ⓐ $(2x-3)^2=0 \iff 2x-3=0 \iff 2x=3 \iff x=\frac{3}{2}$ $S=\{\frac{3}{2}\}$ ou $S=\{1,5\}$

ⓑ $(2x-1)^2=3 \iff 2x-1=\sqrt{3}$ ou $2x-1=-\sqrt{3}$

$\iff 2x=\sqrt{3}+1$ ou $2x=-\sqrt{3}+1$

$\iff x=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ou $x=\frac{-\sqrt{3}+1}{2}$

Quand il y a deux termes dont un avec une racine, on écrit le plus souvent celui avec la racine en second. Mais ce n'est pas une obligation.

$S=\{\frac{1-\sqrt{3}}{2}\ ;\ \frac{1+\sqrt{3}}{2}\}$

ⓒ $(x+4)^2=-2$ $S=\emptyset$ Aucun réel n'a son carré strictement négatif.

ⓓ $(x+4)^2=(7-2x)^2$ (E_4)

Méthode 1: Deux nombres ont le même carré lorsqu'ils sont égaux ou opposés.

$(E_4) \iff x+4=7-2x$ ou $x+4=-(7-2x)$

$(E_4) \iff$ ($+2x-4$) $3x=3$ ($:3$) ou $x+4=-7+2x$ ($-x+7$)

$(E_4) \iff x=1$ ou $11=x$

$S=\{1;11\}$

Méthode 2 : $(E_4) \iff (x+4)^2-(7-2x)^2=0$

$(E_4) \iff (x+4+7-2x)(x+4-(7-2x))=0$

$(E_4) \iff (-x+11)(x+4-7+2x)=0$

$(E_4) \iff (-x+11)(3x-3)=0$

$(E_4) \iff -x+11=0$ ou $3x-3=0 \iff -x=-11$ ou $3x=3 \iff x=11$ ou $x=1$

$S=\{1;11\}$

2nde - Feuille d'exercices n°7 - Des équations niveau 2nde à résoudre -

Corrigé 11/15

Exercice 3 : (E_1) $\dfrac{2x-3}{4} = \dfrac{x+5}{3}$ $4 \neq 0$ et $3 \neq 0$. On peut appliquer la règle du produit en croix.

$(E_1) \iff 3 \times (2x-3) = (x+5) \times 4$

$(E_1) \iff 6x - 9 = 4x + 20$

$(E_1) \iff 2x = 29$

$(E_1) \iff x = \dfrac{29}{2}$ $\quad S = \left\{\dfrac{29}{2}\right\}$ ou $S = \{14{,}5\}$

(E_2) $\dfrac{4}{2x-5} = 3$

Recherche de la valeur interdite : $2x - 5 = 0 \iff 2x = 5 \iff \boxed{x = \dfrac{5}{2}}$

On résout pour $x \neq \dfrac{5}{2}$ (on résout dans $\mathbb{R} - \left\{\dfrac{5}{2}\right\}$)

$(E_2) \iff 4 = 3 \times (2x-5)$ On a le droit de multiplier les deux membres par $2x-5$ car $2x - 5 \neq 0$ puisque $x \neq \dfrac{5}{2}$

$(E_2) \iff 4 = 6x - 15$

$(E_2) \iff 19 = 6x$

$(E_2) \iff \dfrac{19}{6} = x$ $\quad \dfrac{19}{6} \neq \dfrac{5}{2}$ donc $S = \left\{\dfrac{19}{6}\right\}$

Il faut vérifier que la solution trouvée n'est pas valeur interdite.

(E_3) $\dfrac{x+3}{x-1} = 4$ Recherche de la valeur interdite : $x - 1 = 0 \iff \boxed{x = 1}$

On résout pour $x \neq 1$ (dans $\mathbb{R} - \{1\}$: $\mathbb{R}$ privé de 1)

$(E_3) \iff x + 3 = 4(x-1)$ On a le droit de multiplier les 2 membres par $x-1$ car $x - 1 \neq 0$ puisque $x \neq 1$.

$(E_3) \iff x + 3 = 4x - 4 \iff 7 = 3x \iff \dfrac{7}{3} = x$

en soustrayant x et ajoutant 4 aux 2 membres ; En divisant les 2 membres par 3

$\dfrac{7}{3} \neq 1$ donc $S = \left\{\dfrac{7}{3}\right\}$

(E_4) $\dfrac{x^2 - 16}{x+5} = 0$ Recherche de la valeur interdite : $x + 5 = 0 \iff \boxed{x = -5}$

On résout pour $x \neq -5$

Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul.

$(E_4) \iff x^2 - 16 = 0$ (et $x + 5 \neq 0$ déjà posé après la recherche de la valeur interdite.)

$(E_4) \iff x^2 = 16$

$(E_4) \iff x = -4$ ou $x = 4$

-4 et 4 ne sont pas valeurs interdites, donc $S = \{-4; 4\}$

(E_5) $\dfrac{4x^2 - 1}{2x - 1} = 0$ Valeur interdite : $2x - 1 = 0 \iff 2x = 1 \iff \boxed{x = \dfrac{1}{2}}$

On résout dans $\mathbb{R} - \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

$(E_5) \iff 4x^2 - 1 = 0$ (On peut multiplier les deux membres par $2x-1$ car $2x - 1 \neq 0$ puisque $x \neq \dfrac{1}{2}$)

$(E_5) \iff (2x)^2 - 1^2 = 0$ } On factorise le 1er membre à l'aide de la 3ème identité remarquable.

$(E_5) \iff (2x+1)(2x-1) = 0$ }

$(E_5) \iff 2x + 1 = 0$ ou $2x - 1 = 0$

$(E_5) \iff 2x = -1$ ou $2x = 1$

$(E_5) \iff x = -\dfrac{1}{2}$ ou $x \not\in \dfrac{1}{2}$ on ne garde pas cette solution car c'est la valeur interdite.

solution, car $-\dfrac{1}{2} \neq \dfrac{1}{2}$ $\quad S = \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$

2nde - Feuille d'exercices n°7 - Des équations niveau 1ère à résoudre.

Corrigé 12/15

Suite de l'exercice 3 - n°46 p 120

1) a) $\frac{1}{x} = 4$ Valeur interdite : $x = 0$. On résout dans $\mathbb{R}^*$ c'est-à-dire $\mathbb{R} - \{0\}$

dans $\mathbb{R}^*$, $\frac{1}{x} = 4 \iff 1 = 4x \iff \frac{1}{4} = x$ $\frac{1}{4} \neq 0$ donc $S = \{\frac{1}{4}\}$ ou $S = \{0{,}25\}$

b) $\frac{1}{x} = -\frac{1}{2}$ Valeur interdite : $x = 0$. On résout dans $\mathbb{R}^*$.

Dans $\mathbb{R}^*$, $\frac{1}{x} = -\frac{1}{2} \iff 2 = -x$ (Règle du produit en croix, qu'on peut appliquer car $x \neq 0$ et $2 \neq 0$)

$\iff -2 = x$

$-2 \neq 0$ donc $S = \{-2\}$

c) $\frac{1}{x} = -5$. Valeur interdite : $x = 0$. On résout dans $\mathbb{R}^*$

Dans $\mathbb{R}^*$, $\frac{1}{x} = -5 \iff 1 = -5x$ (car $x \neq 0$) $\iff -\frac{1}{5} = x$ $-\frac{1}{5} \neq 0$ donc $S = \{-\frac{1}{5}\}$ ou $S = \{-0{,}2\}$

2) a) $3 + \frac{1}{x} = 5$ Valeur interdite : $x = 0$. On résout dans $\mathbb{R}^*$

Dans $\mathbb{R}^*$, $3 + \frac{1}{x} = 5 \iff \frac{1}{x} = 2$

$\iff 1 = 2x$ (car $x \neq 0$)

$\iff \frac{1}{2} = x$ $\frac{1}{2} \neq 0$ donc $S = \{\frac{1}{2}\}$ ou $S = \{0{,}5\}$

On peut multiplier les 2 membres d'une équation par un même membre non nul.

b) $\frac{1}{x+1} = 2$ Valeur interdite : $x + 1 = 0 \iff x = -1$. On résout dans $\mathbb{R} - \{-1\}$

Dans $\mathbb{R} - \{-1\}$, $\frac{1}{x+1} = 2 \iff 1 = 2(x+1)$ (car $x + 1 \neq 0$ puisque $x \neq -1$)

$\iff \frac{1}{2} = x + 1$

$\iff \frac{1}{2} - 1 = x$

$\iff \frac{1}{2} - \frac{1 \times 2}{1 \times 2} = x$

$\iff -\frac{1}{2} = x$ $-\frac{1}{2} \neq -1$ donc $S = \{-\frac{1}{2}\}$ ou $S = \{-0{,}5\}$

Vérifiez bien toujours que les solutions trouvées ne sont pas valeurs interdites

c) $\frac{5}{2x-1} = 1$ Valeur interdite : $2x - 1 = 0 \iff 2x = 1 \iff x = \frac{1}{2}$

On résout dans $\mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$

Dans $\mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$, $\frac{5}{2x-1} = 1 \iff 5 = 2x - 1$

$\iff 6 = 2x$

$\iff 3 = x$

On a le droit de multiplier les deux membres par $2x-1$ car $2x-1 \neq 0$ puisque $x \neq \frac{1}{2}$

$3 \neq \frac{1}{2}$ donc $S = \{3\}$

Exercice 4 :

(E_1) $\frac{-3x+6}{x+1} = 0$ Valeur interdite : $x + 1 = 0 \iff x = -1$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-1\}$

Dans $\mathbb{R} - \{-1\}$, $(E_1) \iff -3x + 6 = 0$ (en multipliant les 2 membres par $x+1$ qui est non nul puisque $x \neq -1$.)

$(E_1) \iff -3x = -6$

$(E_1) \iff x = 2$ $2 \neq -1$ donc $S = \{2\}$

(E_2) $\frac{x^2-4}{x+2} = 0$ Valeur interdite : $x + 2 = 0 \iff x = -2$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-2\}$

Dans $\mathbb{R} - \{-2\}$, $(E_2) \iff x^2 - 4 = 0$ car $x + 2 \neq 0$

$(E_2) \iff x^2 - 2^2 = 0$

$(E_2) \iff (x+2)(x-2) = 0$ } On factorise à l'aide de la 3ème identité remarquable.

$(E_2) \iff x + 2 = 0$ ou $x - 2 = 0$

$(E_2) \iff x = -2$ ~~ou~~ $x = 2$

qu'on ne garde pas car -2 est valeur interdite.

$2 \neq -2$ donc $S = \{2\}$

(E_3) $\frac{2x-5}{x+3} = 1$ Valeur interdite : $x + 3 = 0 \iff x = -3$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-3\}$

Suite de l'exercice 4.

Dans $\mathbb{R}-\{-3\}$, $(E_3) \iff 2x-5 = x+3$ ← en multipliant les 2 membres par $x+3$. On a le droit car $x+3 \neq 0$ puisque $x \neq -3$.

$(E_3) \iff \begin{cases} \quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ x = 8 \end{cases}$ $\begin{matrix} -x+5 \\ \end{matrix}$

$8 \neq -3$ donc $S = \{8\}$

(E_4) $\dfrac{-3x}{x-1} = 2$ Valeur interdite : $x-1=0 \iff x=1$

On résout dans $\mathbb{R}-\{1\}$

Dans $\mathbb{R}-\{1\}$, $(E_4) \iff -3x = 2\times(x-1)$ car $x-1 \neq 0$

$\iff -3x = 2x-2$

$\iff -5x = -2$

$\iff x = \dfrac{2}{5}$ $\quad \dfrac{2}{5} \neq 1$, donc $S = \left\{\dfrac{2}{5}\right\}$ ou $S = \{0{,}4\}$

(E_5) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+2} = 0$ Valeurs interdites : $x=0$ et $x+2=0 \iff x=-2$

On résout dans $\mathbb{R}-\{-2;0\}$

$\mathbb{R}$ privé de -2 et de 0

Méthode 1 : en réduisant les 2 termes au même dénominateur.

Dans $\mathbb{R}-\{-2;0\}$, $(E_5) \iff \dfrac{1\times(x+2)}{x\times(x+2)} + \dfrac{1\times x}{(x+2)\times x} = 0$

$(E_5) \iff \dfrac{x+2+x}{x(x+2)} = 0$ On peut multiplier les 2 membres par $x(x+2)$ car $x(x+2) \neq 0$ puisque $x \neq 0$ et $x \neq -2$

$(E_5) \iff 2x+2 = 0$

$(E_5) \iff 2x = -2$

$(E_5) \iff x = -1$

-1 n'est pas valeur interdite, donc $S = \{-1\}$

Méthode 2 : en utilisant la règle du produit en croix.

Dans $\mathbb{R}-\{-2;0\}$, $(E_5) \iff \dfrac{1}{x} = -\dfrac{1}{x+2}$

Règle du produit en croix lorsque $b \neq 0$ et $d \neq 0$, $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} \iff ad = bc$

$(E_5) \iff x+2 = -x$ car $x \neq 0$ et $x+2 \neq 0$ puisque $x \neq -2$

$(E_5) \iff 2x = -2$

$(E_5) \iff x = -1$

-1 n'est pas valeur interdite. Donc $S = \{-1\}$

(E_6) $\dfrac{3}{x-2} - \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{x+4}{(x+1)(x-2)}$

Valeurs interdites : $x-2=0 \iff x=2$

$x+1=0 \iff x=-1$

$(x+1)(x-2)=0 \iff x+1=0$ ou $x-2=0 \iff x=-1$ ou $x=2$

On résout dans $\mathbb{R}-\{-1;2\}$.

$(E_6) \iff \dfrac{3\times(x+1)}{(x-2)\times(x+1)} - \dfrac{1\times(x-2)}{(x+1)\times(x-2)} = \dfrac{x+4}{(x+1)(x-2)}$ ← Réduction au même dénominateur.

$(E_6) \iff \dfrac{3x+3-x+2}{(x+1)(x-2)} = \dfrac{x+4}{(x+1)(x-2)}$ On a le droit de multiplier les 2 membres par $(x+1)(x-2)$ car $(x+1)(x-2) \neq 0$ puisque $x \neq -1$ et $x \neq 2$

$(E_6) \iff \begin{cases} \quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ x = -1 \end{cases}$ $\begin{matrix} 2x+5 = x+4 \\ -x-5 \end{matrix}$

On -1 est valeur interdite !

L'équation (E_6) n'a donc pas de solution.

$S = \emptyset$ ← ensemble vide.

2nde - Feuille d'exercices n°7 - Des équations niveau 2nde à résoudre - Corrigé 14/15

(E_4) $\dfrac{2x-1}{x} = \dfrac{2x+1}{x+2}$ Valeurs interdites : $x=0$ et $x+2=0 \iff x=-2$

On résout dans $\mathbb{R}-\{-2;0\}$ (ou dans $\mathbb{R}^*-\{-2\}$)

$(E_4) \iff (2x-1)\times(x+2) = (2x+1)\times x$ d'après la règle du produit en croix, car $x+2\neq 0$ et $x\neq 0$

$(E_4) \iff 2x^2+4x-x-2 = 2x^2+x$

$(E_4) \iff 3x-2 = x$

$(E_4) \iff 2x = 2$ (on a fait $-x+2$ puis $:2$)

$(E_4) \iff x = 1$

1 n'est pas valeur interdite. Donc $S=\{1\}$

(E_8) $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{2}{x-1} = \dfrac{x-5}{x^2-1}$

Valeurs interdites : $x+1=0 \iff x=-1$

$x-1=0 \iff x=1$

$x^2-1=0 \iff x^2=1 \iff x=-1$ ou $x=1$

On résout dans $\mathbb{R}-\{-1;1\}$

$(E_8) \iff \dfrac{1\times(x-1)}{(x+1)\times(x-1)} - \dfrac{2\times(x+1)}{(x-1)\times(x+1)} = \dfrac{x-5}{(x+1)(x-1)}$ ← car $x^2-1=(x+1)(x-1)$

$(E_8) \iff \dfrac{x-1-2x-2}{(x+1)(x-1)} = \dfrac{x-5}{(x+1)(x-1)}$

On a le droit de multiplier les deux membres par $(x+1)(x-1)$ car $(x+1)(x-1)\neq 0$ puisque $x\neq -1$ et $x\neq 1$

$(E_8) \iff -x-3 = x-5$

$(E_8) \iff 2 = 2x$ (on a fait $+x+5$)

$(E_8) \iff 1 = x$

On a 1 est valeur interdite. L'équation E_8 n'a donc pas de solution.

$S=\emptyset$

(E_9) $\dfrac{2}{x-1} - \dfrac{4}{x+1} = \dfrac{3x+1}{1-x^2}$

Valeurs interdites : $x-1=0 \iff x=1$

$x+1=0 \iff x=-1$

$1-x^2=0 \iff 1=x^2 \iff x=-1$ ou $x=1$

On résout dans $\mathbb{R}-\{-1;1\}$

$(E_9) \iff \dfrac{2\times(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \dfrac{4(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \dfrac{(3x+1)\times(-1)}{(1-x^2)\times(-1)}$

On ne change pas la valeur d'une écriture fractionnaire lorsqu'on multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$(E_9) \iff \dfrac{2x+2-4x+4}{(x-1)(x+1)} = \dfrac{-3x-1}{-1+x^2}$

Remarquons ici que $-1+x^2 = x^2-1 = (x-1)(x+1)$

Comme $(x-1)(x+1)\neq 0$ puisque $x\neq 1$ et $x\neq -1$, on peut multiplier les deux membres par $(x-1)(x+1)$ qui vaut la même chose que $-1+x^2$

$(E_9) \iff -2x+6 = -3x-1$ (on a fait $+3x-6$)

$(E_9) \iff x = -7$

-7 n'est pas valeur interdite, donc $S=\{-7\}$

(E_{10}) $\dfrac{14x}{x^2-1} = \dfrac{7}{x-1}$

Valeurs interdites : $x^2-1=0 \iff x^2=1 \iff x=-1$ ou $x=1$ et $x-1=0 \iff x=1$

On résout dans $\mathbb{R}-\{-1;1\}$

$(E_{10}) \iff \dfrac{14x}{(x-1)(x+1)} = \dfrac{7\times(x+1)}{(x-1)\times(x+1)} \iff \dfrac{14x}{(x-1)(x+1)} = \dfrac{7x+7}{(x-1)(x+1)}$

car $x^2-1=x^2-1^2=(x-1)(x+1)$

$(E_{10}) \iff 14x = 7x+7$ car $(x-1)(x+1)\neq 0$ puisque $x\neq 1$ et $x\neq -1$

$(E_{10}) \iff 7x = 7$ (on a fait $-7x$)

$(E_{10}) \iff x = 1$ (on a fait $:7$)

On a 1 est valeur interdite. L'équation (E_{10}) n'a donc pas de solution.

$S=\emptyset$

(E_{11}) $\dfrac{x^2}{x-1} = 1 + \dfrac{1}{x-1}$

Valeur interdite : $x-1=0 \iff x=1$

On résout dans $\mathbb{R}-\{1\}$

Réduction au même dénominateur. Voir Chapitre 0 parties 4 et 6.

$(E_{11}) \iff \dfrac{x^2}{x-1} = \dfrac{1\times(x-1)}{1\times(x-1)} + \dfrac{1}{x-1}$

$(E_{11}) \iff \dfrac{x^2}{x-1} = \dfrac{x-1+1}{x-1}$

$\times(x-1)$ ( ) $\times(x-1)$

$(E_{11}) \iff x^2 = x$ car $x-1\neq 0$ puisque $x\neq 1$

$(E_{11}) \iff x^2 - x = 0$

$(E_{11}) \iff \dfrac{x}{k}\times\dfrac{x}{a} - \dfrac{x}{k}\times\dfrac{1}{b} = 0$ On factorise le 1er membre en utilisant la distributivité simple.

$(E_{11}) \iff \dfrac{x}{k}\left(\dfrac{x}{a} - \dfrac{1}{b}\right) = 0$

D'après la règle du produit nul.

$(E_{11}) \iff x = 0$ ou $x-1=0$

$(E_{11}) \iff x = 0$ ou $x = 1$ valeur interdite

n'est pas valeur interdite

Donc $S = \{0\}$

L'équation admet une solution : le nombre zéro.

Ne pas confondre avec $S=\emptyset$!

(E_{12}) $x^3 + x^2 + x + 1 = \dfrac{15}{x-1}$

Valeur interdite : $x-1=0 \iff x=1$

On résout dans $\mathbb{R}-\{1\}$

$(E_{12}) \iff \dfrac{x^2}{k}\times\dfrac{x}{a} + \dfrac{x^2}{k}\times\dfrac{1}{b} + x + 1 = \dfrac{15}{x-1}$

$(E_{12}) \iff \dfrac{x^2}{k}\left(\dfrac{x+1}{a}\right) + \dfrac{1\times(x+1)}{b} = \dfrac{15}{x-1}$

$(E_{12}) \iff \dfrac{(x+1)}{k}\left(\dfrac{x^2}{a} + \dfrac{1}{b}\right) = \dfrac{15}{x-1}$ $\times(x-1)$ car $x-1\neq 0$ puisque $x\neq 1$

$(E_{12}) \iff \dfrac{(x-1)}{a}\dfrac{(x+1)}{b}\dfrac{(x^2+1)}{a} = 15$

$(E_{12}) \iff \left(\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{1}{b^2}\right)(x^2+1) = 15$

$(E_{12}) \iff \dfrac{x^4}{a^2} - \dfrac{1}{b^2} = 15$ déjà rencontré Exercice 2 : [illegible] n°87 p93 d

$(E_{12}) \iff x^4 = 16$

$(E_{12}) \iff x^2 = -4$ ou $x^2 = 4$

faux pour tout réel x

$(E_{12}) \iff x = -2$ ou $x = 2$

-2 et 2 ne sont pas valeurs interdites

donc $S = \{-2; 2\}$