2nde - Feuille d'exercices sur les fonctions polynômes du 2nd degré.

Corrigé

Exercice 1. Les 3 formules sont de la forme $a(x-\alpha)^2+\beta$

pour $f: x \mapsto -2(2x+1)^2+3$, on a $a=-2$

C'est la seule des 3 dont le coefficient a soit négatif
La parabole représentative de cette fonction est donc orientée "vers le bas" ∩.
C'est donc celle de la 3ème figure.

pour $g: x \mapsto 2(x+1)^2-3$, on a : $a=2$ $\alpha=-1$ et $\beta=-3$

Il s'agit donc de la parabole dont le sommet a pour coordonnées $(-1;-3)$. C'est celle de la 1ère figure.

note : $2(x+1)^2-3 = \underbrace{2}_{a}(x-\underbrace{(-1)}_{\alpha})^2-\underbrace{(+3)}_{\beta}$

pour $h: x \mapsto 2(x+1)^2+3$, on a : $a=2$ $\alpha=-1$ et $\beta=3$

Il s'agit donc de la parabole dont le sommet a pour coordonnées $(\alpha;\beta)$, soit $(-1;3)$ et qui est orientée "vers le haut" puisque $a>0$.
C'est celle de la 2ème figure.

Chapeau : Lorsque la fonction polynôme de degré 2 peut s'écrire :
$x \mapsto a(x-\alpha)^2+\beta$ (forme canonique)

* Sa parabole représentative a pour sommet le point de coordonnées $(\alpha;\beta)$
* si $a>0$, elle est orientée ∪ ☺ si $a<0$, elle est orientée ∩ ☹

Exercice 2 : 1) $f(x) = 3(x-1)^2-4 = 3(x-1)^2+(-4)$
$a=3$ $\alpha=1$ $\beta=-4$

$g(x) = 4-3(x-1)^2 = -3(x-1)^2+4$
$a=-3$ $\alpha=1$ $\beta=4$

$h(x) = -2x^2+7 = -2(x-0)^2+7$
$a=-2$ $\alpha=0$ $\beta=7$

$k(x) = -5+3x^2 = 3(x-0)^2+(-5)$
$a=3$ $\alpha=0$ $\beta=-5$

Formules pour développer :
$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
$k(a-b+c) = ka-kb+kc$

2) $f(x) = 3(x-1)^2-4$
$= 3(x^2-2x+1)-4$
$= 3x^2-6x+3-4$
$f(x) = 3x^2-6x-1$ $a=3$ $b=-6$ $c=-1$

$g(x) = 4-3(x-1)^2$
$= 4-3(x^2-2x+1)$
$= 4-3x^2+6x-3$
$g(x) = -3x^2+6x+1$ $a=-3$ $b=6$ $c=1$

← ATTENTION pas oublier de distribuer le - avec le 3.

$h(x) = -2x^2+7$
$h(x) = -2x^2+0x+7$ $a=-2$ $b=0$ $c=7$

$k(x) = -5+3x^2$
$k(x) = 3x^2+0x+(-5)$ $a=3$ $b=0$ $c=-5$

Suite de l'exercice 2.

fonction f : $a = 3$ → orientation ∪

$\alpha = 1$ et $\beta = -4$

donc le sommet de la parabole a pour coordonnées $(1 ; -4)$

Rappel : dans la 1ère ligne, les abscisses

Tableau de variations : dans la 2ème ligne, les ordonnées

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↘	-4	↗	

fonction g : $a = -3$ → orientation ∩

$\alpha = 1$ $\beta = 4$ → sommet de coordonnées $(1 ; 4)$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g(x)$		↗	4	↘	

fonction h : $a = -2$ → orientation ∩

$\alpha = 0$

$\beta = 7$ → sommet de coordonnées $(0 ; 7)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h(x)$		↗	7	↘	

fonction k : $a = 3$ → orientation ∪

$\alpha = 0$

$\beta = -5$ → sommet de coordonnées $(0 ; -5)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$k(x)$		↘	-5	↗	

Exercice 3 :

f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2(x-3)^2 + 4$

C'est une fonction polynôme de degré 2, écrite sous sa forme canonique : $a(x-\alpha)^2 + \beta$

avec $a = 2$, $\alpha = 3$ et $\beta = 4$.

$a = 2$ $a > 0$ → orientation ∪ de la parabole

$\alpha = 3$, $\beta = 4$ } Le sommet de la parabole a pour coordonnées $(3, 4)$

1) Tableau de variations :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		↘	4	↗	

2) On peut comparer les images de deux antécédents à l'aide des variations lorsque les 2 antécédents appartiennent à un même intervalle sur lequel la fonction est monotone.

Rappel : Une fonction est dite monotone sur un intervalle lorsque son sens de variation reste le même sur cet intervalle.

ici, f est monotone d'une part sur $]-\infty ; 3]$ (où elle est strictement décroissante)

d'autre part sur $[3 ; +\infty[$ (où elle est strictement croissante)

(a) -1 et 2 appartiennent tous deux à l'intervalle $]-\infty ; 3]$ sur lequel f est strictement décroissante.

$-1 < 2$

donc $f(-1) > f(2)$ } car une fonction strictement décroissante intervertit l'ordre.

↑ on a changé le sens du $<$

(b) $\underline{1} < 3$ et $\underline{4} > 3$

1 et 4 n'appartiennent pas à un même intervalle sur lequel f soit monotone, puisque f change de sens de variation entre 1 et 4. On ne peut donc pas comparer $f(\underline{1})$ et $f(\underline{4})$ à l'aide des variations de la fonction f.

Si on veut, on peut le faire en calculant leurs valeurs, mais c'est un peu hors sujet :

$f(1) = 2(1-3)^2+4$
$= 2\times(-2)^2+4$
$= 2\times 4 + 4$
$= 8 + 4$
$f(1) = 12$

$f(4) = 2(4-3)^2+4$
$= 2\times 1^2+4$
$= 2\times 1 + 4$
$= 2 + 4$
$f(4) = 6$

$12 > 6$ donc $f(1) > f(4)$

(c) 20 et 19,7 appartiennent tous deux à l'intervalle $[3;+\infty[$, sur lequel f est strictement croissante.

$20 > 19{,}7$ donc $\boxed{f(20) > f(19{,}7)}$ ← on a gardé le sens du >

puisqu'une fonction strictement croissante sur un intervalle conserve l'ordre sur cet intervalle.

3) Si a est un nombre de l'intervalle $]-\infty;3]$, $a-1$, qui est plus petit que a ($de\ 1$) est aussi dans cet intervalle.

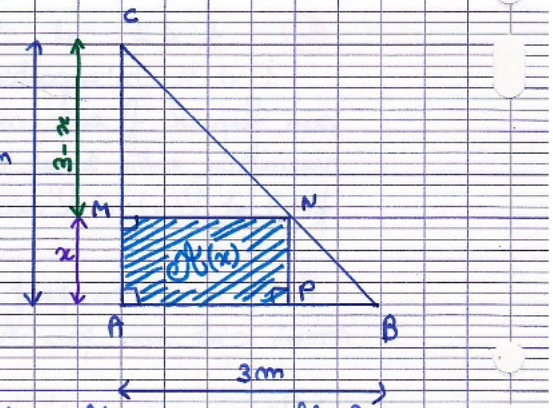
$a > a-1$

donc $\boxed{f(a) < f(a-1)}$ ← on a changé le sens du >

puisque f est strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty;3]$, donc elle intervertit l'ordre sur cet intervalle.

Exercice 4 (a) M est un point du segment [AC] qui mesure 3 mètres. La longueur $x = AM$ se situe donc entre 0 m (si M est en A) et 3 m (si M est en C).

x appartient à l'intervalle $[0;3]$.



(b) L'aire d'un rectangle (en m^2) s'obtient en multipliant sa longueur (en m) par sa largeur (en m).

$\mathcal{A}(x)$ sera égale à $AM \times MN$ par exemple.

On sait que $AM = x$.

Pour calculer MN, appliquons le théorème de Thalès dans le triangle ABC :

Hypothèses : $\begin{cases} M \in [AC] & \text{(ou : C, M, A sont alignés)} \\ N \in [CB] & \text{(ou : C, N, B sont alignés)} \\ (MN) \parallel (AB) & \end{cases}$

car MNPA est un rectangle. Ses côtés opposés (MN) et (AP) sont donc parallèles, et comme $P \in [AB]$, (AP) et (AB) sont la même droite.

On applique le théorème de Thalès, et on obtient :

$\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB}$, donc, en particulier : $\boxed{\frac{CM}{CA} = \frac{MN}{AB}}$,

ce qui donne : (longueurs en mètres)

$\frac{3-x}{3} = \frac{MN}{3} \iff \boxed{3-x = MN}$

en multipliant les deux membres par 3

Suite de l'exercice 4 : $\mathcal{A}(x) = AM \times MN$

$\boxed{\mathcal{A}(x) = x \times (3-x)}$ ← on sait

Sauf que... l'énoncé nous demande de prouver que

$\boxed{\mathcal{A}(x) \overset{?}{=} -\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}}$? ← on ne sait pas (encore)

Méthode 1 : Pour savoir si ces deux expressions sont bien égales, développons-les.

$x(3-x) = 3x - x^2 = \boxed{-x^2+3x}$ ← pour avoir des puissances décroissantes.

$-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} = -\left(x^2 - 2 \times x \times \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) + \frac{9}{4}$

$= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4}$

$= -x^2 + 3x - \frac{9}{4} + \frac{9}{4}$

$= \boxed{-x^2+3x}$

Les expressions $x \times (3-x)$ et $-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$ sont bien égales (pour tout x), donc, comme $\mathcal{A}(x) = x(3-x)$, on a aussi $\boxed{\mathcal{A}(x) = -\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}}$

Point Méthode

Pour montrer que $A = B$, on a montré que :

$\left.\begin{array}{l} A = C \\ \text{et } B = C \end{array}\right\}$ donc $A = B$

Méthode 2 : On pouvait aussi factoriser $-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$ pour montrer que c'est bien égal à $x(3-x)$.

$\boxed{-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}} = \frac{9}{4} - \left(x-\frac{3}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(x-\frac{3}{2}\right)^2$

$\boxed{a^2 - b^2}$

$= \left(\frac{3}{2} - \left(x-\frac{3}{2}\right)\right)\left(\frac{3}{2} + x - \frac{3}{2}\right)$

$\boxed{(a-b)(a+b)}$

$= \left(\frac{3}{2} - x + \frac{3}{2}\right) \times x$

$= x\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} - x\right)$

$= \underbrace{\boxed{x(3-x)}}_{\mathcal{A}(x)}$

Point Méthode : pour montrer que $A = B$ (A : $x(3-x)$, B : $-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$)

on a transformé l'expression de B (en la factorisant, ici) jusqu'à trouver celle de A.

Fin de l'exercice 4. c) On a vu que, pour tout x (de l'intervalle $[0;3]$ dans le problème qui nous intéresse)

$$\mathcal{A}(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

On reconnait la forme canonique $a(x-\alpha)^2+\beta$ d'une fonction polynôme de degré 2, avec :

$a = -1$ ↓ la fonction est représentée par une parabole orientée vers le bas

$\alpha = \frac{3}{2}$ et $\beta = \frac{9}{4}$ → son sommet a pour coordonnées $\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$ ou $(1,5 ; 2,25)$

→ L'aire maximale possible est de 2,25 m². Elle est atteinte lorsque M se situe à 1,5 m de A

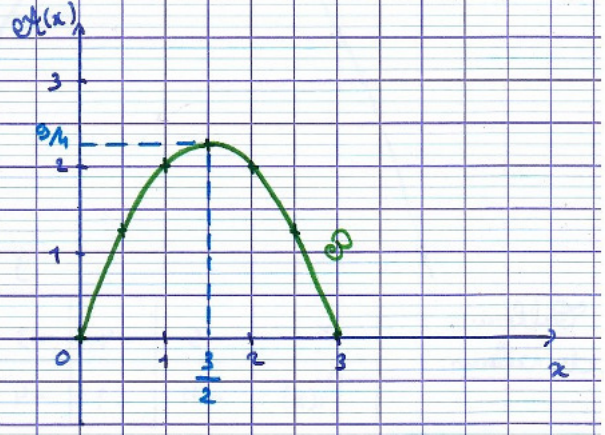


Tableau de valeurs : que j'ai utilisé pour tracer la courbe.

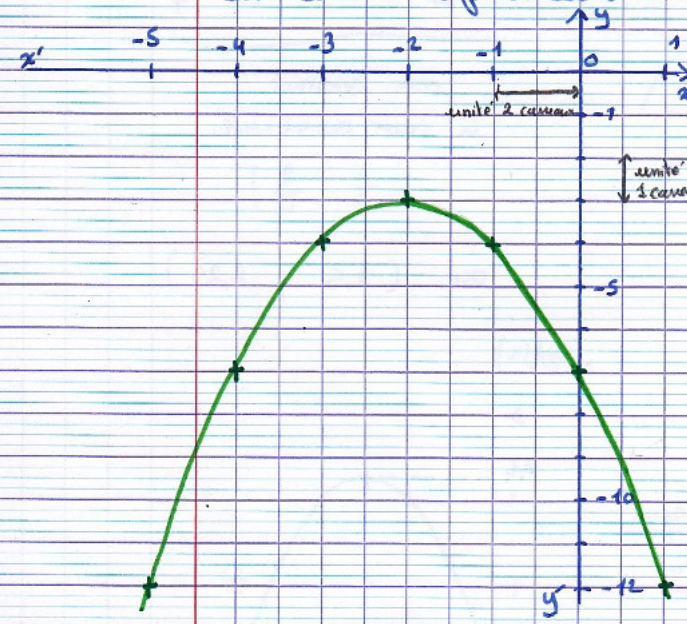
x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$\mathcal{A}(x)$	0	1,25	2	2,25	2	1,25	0

Exercice 5 : a) $f_1(x) = \underbrace{-(x+2)^2 - 3}_{\text{forme } a(x-\alpha)^2+\beta}$

avec : $a = -1$, $\alpha = -2$ et $\beta = -3$

⚠ $f_1(x) = -1(x-(-2))^2 + (-3)$

$a < 0$ donc la parabole est orientée "vers le bas". Son sommet a pour coordonnées $(-2 ; -3)$



Pour m'aider à tracer la courbe, je la fais tracer par la calculatrice et observe son cadrage. (menu GRAPH)

Puis je fais faire un tableau de valeurs à la calculatrice afin de placer quelques points (menu TABL)

Tableau de valeurs :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$f_1(x)$	-12	-7	-4	-3	-4	-7	-12

MENU TABL (5) : $Y_1 = -(X+2)^2 - 3$

SET : Start : -7 End : 2 Step : 1 EXIT

TABL

Suite de l'exercice 5 : b) $f_2(x) = \frac{25}{2} + 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

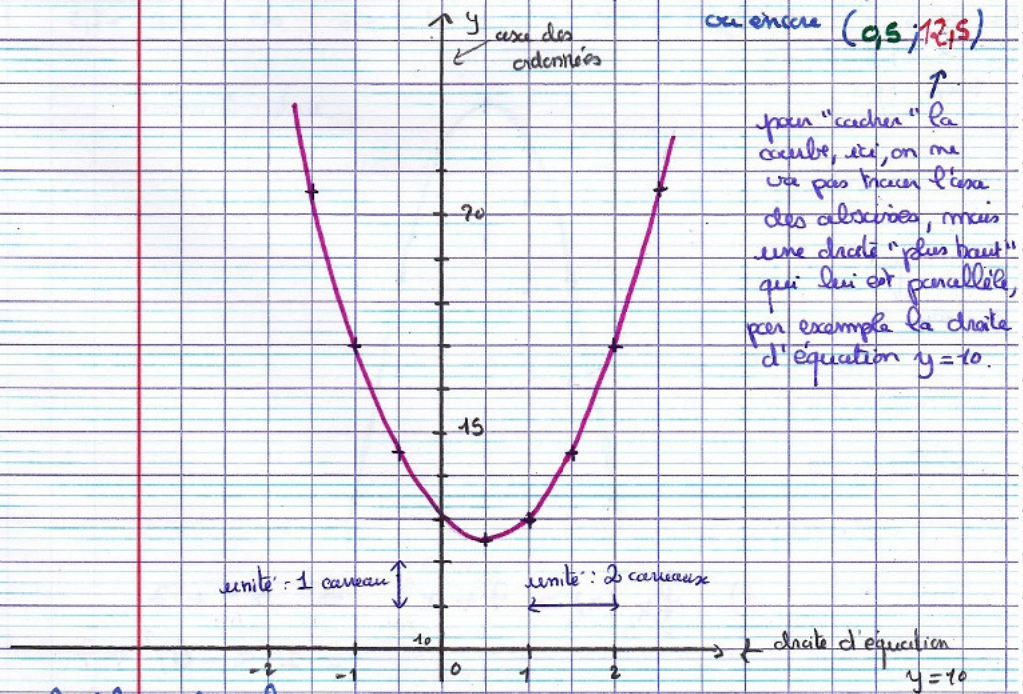
$f_2(x) = \underbrace{2}_{a}\left(x - \underbrace{\frac{1}{2}}_{\alpha}\right)^2 + \underbrace{\frac{25}{2}}_{\beta}$

a>0 donc la parabole représentant f_2 est orientée "vers le haut" ∪

Son sommet est le point de coordonnées $(\alpha ; \beta)$

soit $\left(\frac{1}{2} ; \frac{25}{2}\right)$

ou encore $(0,5 ; 12,5)$



pour "cacher" la courbe, ici, on ne va pas tracer l'axe des abscisses, mais une droite "plus haut" qui lui est parallèle, par exemple la droite d'équation $y = 10$.

Tableau de valeurs :

x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$f_2(x)$	20,5	17	14,5	13	12,5	13	14,5	17	20,5

$Y_1 = \frac{25}{2} + 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

SET : Start : -1,5
End : 2,5
Step : 0,5

c) $f_3(x) = \underbrace{-4}_{a}(x - \underbrace{3,5}_{\alpha})^2 + \underbrace{1,5}_{\beta}$

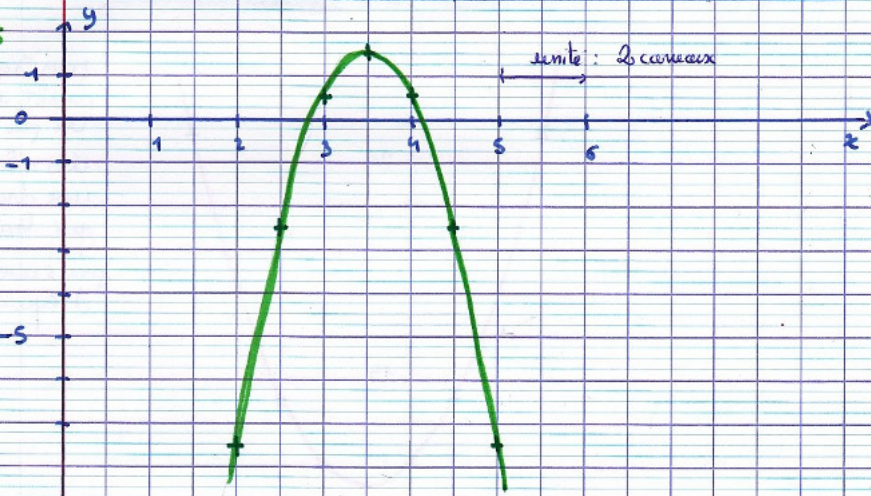
a<0 donc la parabole est orientée vers le bas : ∩

Son sommet est le point de coordonnées : (3,5 ; 1,5)

La courbe étant un peu "serrée" à cause du coefficient -4 assez éloigné de 0, je choisis une échelle plus grande en abscisses qu'en ordonnées.

menu : TABL
$Y_1 = -4(X-3.5)^2+1.5$
Set : Start : 2
End : 5
Step : 0.5

x	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f_3(x)$	-7,5	-2,5	0,5	1,5	0,5	-2,5	-7,5



d) $f_4(x) = 7 + x^2 = x^2 + 7$

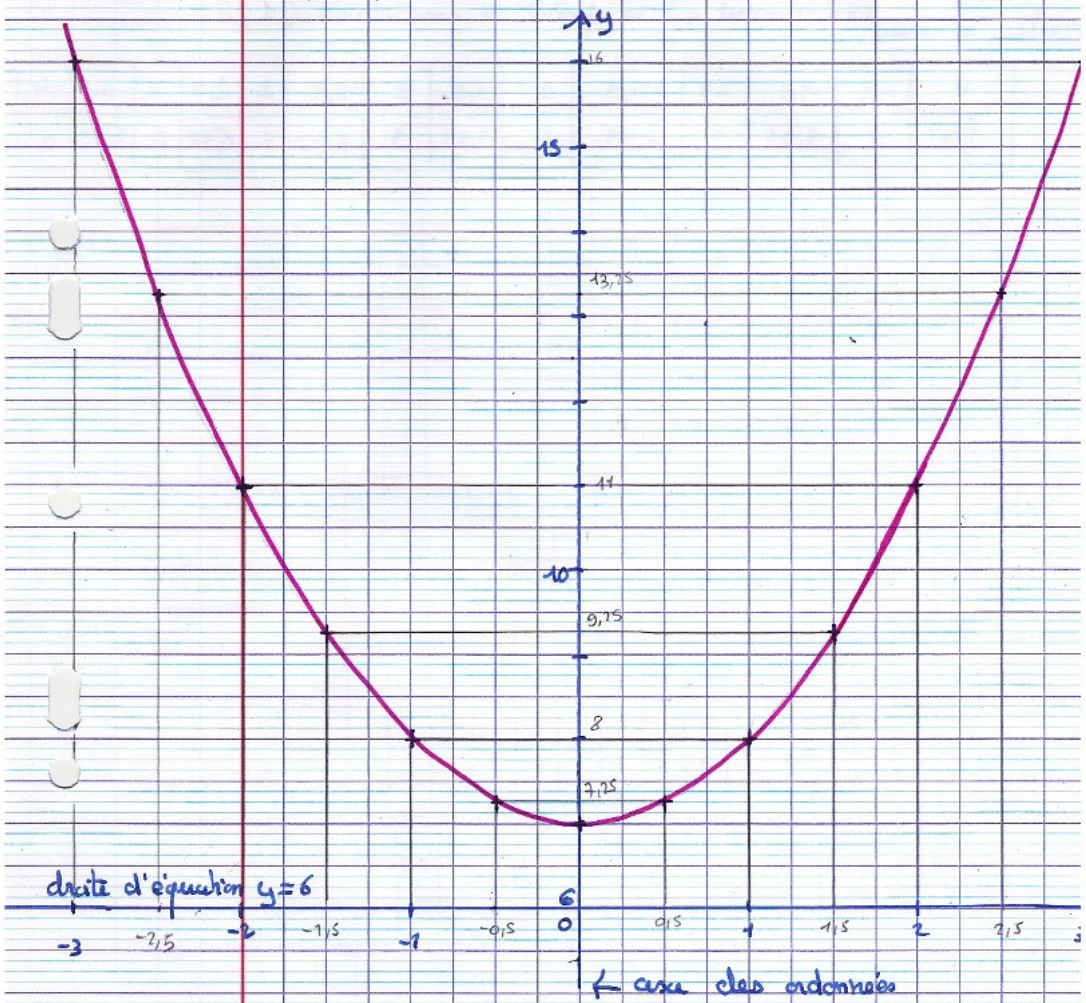
$= \underbrace{1}_{a}(x - \underbrace{0}_{\alpha})^2 + \underbrace{7}_{\beta}$

a>0 donc la parabole est orientée "vers le haut" ∪

Son sommet est le point de coordonnées (0 ; 7)

Fin de l'exercice 5 : Tableau de valeurs :

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	16	13,25	11	9,25	8	7,25	7	7,25	8	9,25	11	13,25	16



menu TABL : $Y_1 = 7 + X^2$

SET : Start : -3 End : 3 Step : 0.5

Exercice 6.

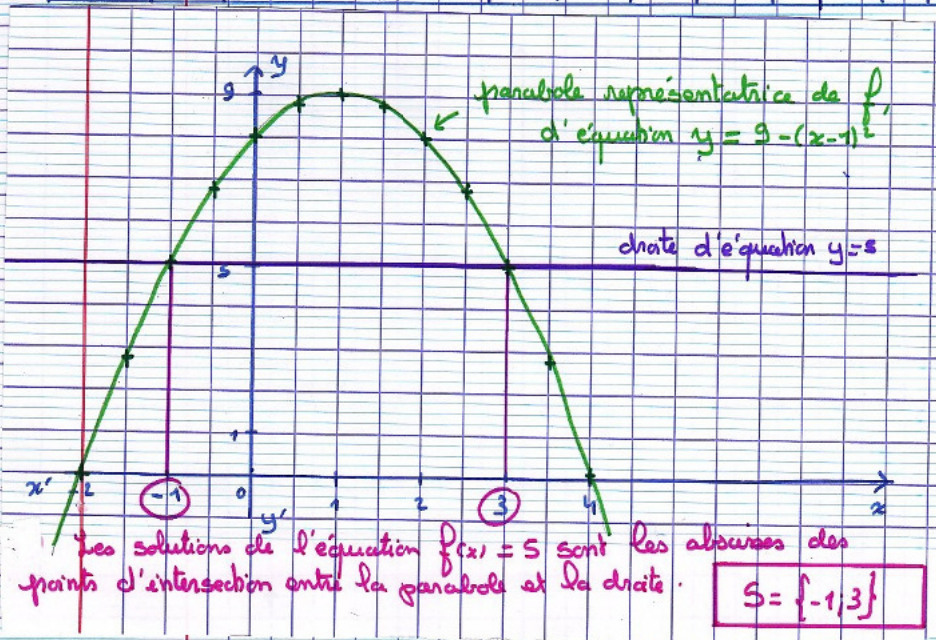
a) $f(x) = 9 - (x-1)^2 = \underbrace{-1}_{a}(x - \underbrace{1}_{\alpha})^2 + \underbrace{9}_{\beta}$

$a < 0$ donc la parabole est orientée "vers le bas" ∩

Son sommet est le point de coordonnées $(1 ; 9)$

Tableau de valeurs :

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	0	1,75	5	6,75	8	8,75	9	8,75	8	6,75	5	2,75	0



Les solutions de l'équation $f(x) = 5$ sont les abscisses des points d'intersection entre la parabole et la droite.

$S = \{-1 ; 3\}$

Résolvons par le calcul : $f(x) = 5$.

$f(x) = 5 \iff 9 - (x-1)^2 = 5$ (on ajoute $-5 + (x-1)^2$ aux deux membres)

$\iff 4 = (x-1)^2$ (on prend la racine carrée)

$\iff x - 1 = \sqrt{4}$ ou $x - 1 = -\sqrt{4}$

$\iff x - 1 = 2$ ou $x - 1 = -2$

$\iff x = 3$ ou $x = -1$

$S = \{-1 ; 3\}$

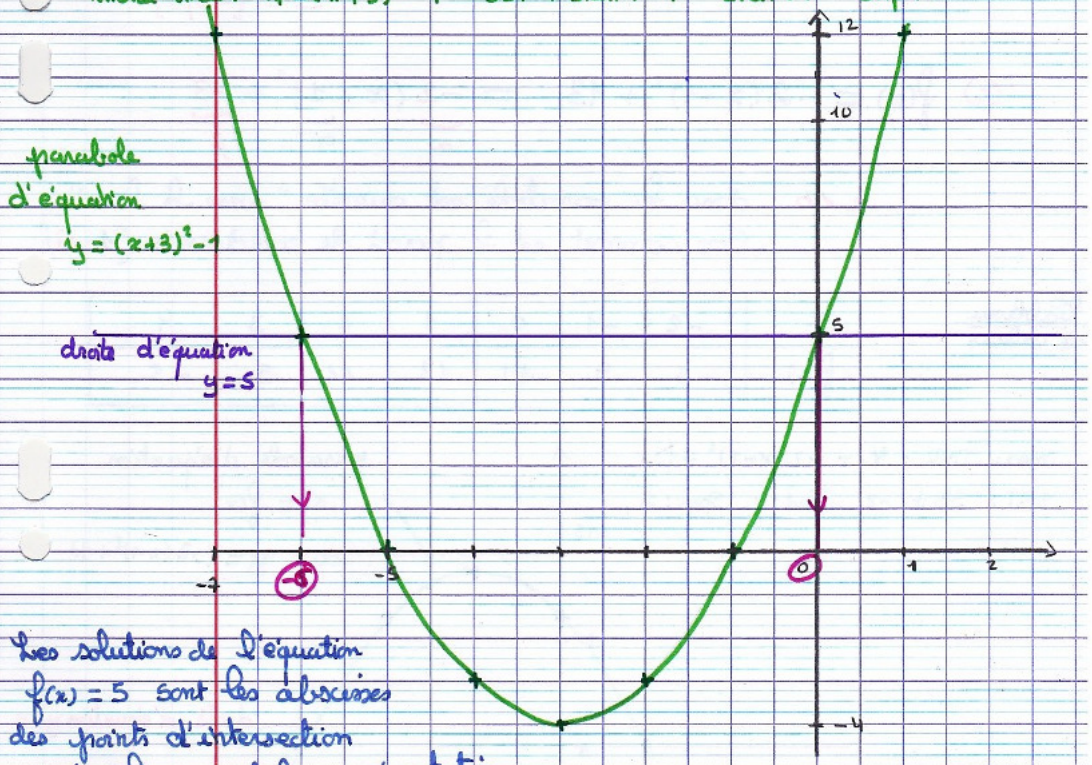
Suite de l'exercice 6.

(b) $f(x) = (x+3)^2 - 4 = \underbrace{1}_{a}(x - \underbrace{(-3)}_{\alpha})^2 + \underbrace{(-4)}_{\beta}$

$a > 0$ donc la parabole est orientée "vers le haut". ∪
Son sommet a pour coordonnées $(-3 ; -4)$

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12	21

Menu TABL : $Y_1 = (x+3)^2 - 4$ SET : Start : -7 End : 2 Step : 1



Les solutions de l'équation $f(x) = 5$ sont les abscisses des points d'intersection entre la parabole représentative de la fonction f et la droite d'équation $y = 5$.

Par lecture graphique, on trouve que ces solutions sont -6 et 0. $S = \{-6 ; 0\}$

Résolvons par le calcul l'équation $f(x) = 5$.

$f(x) = 5 \iff (x+3)^2 - 4 = 5$
$\iff (x+3)^2 = 9$
$\iff x + 3 = -\sqrt{9}$ ou $x + 3 = +\sqrt{9}$
$\iff x + 3 = -3$ ou $x + 3 = 3$
$\iff x = -6$ ou $x = 0$
$S = \{-6 ; 0\}$

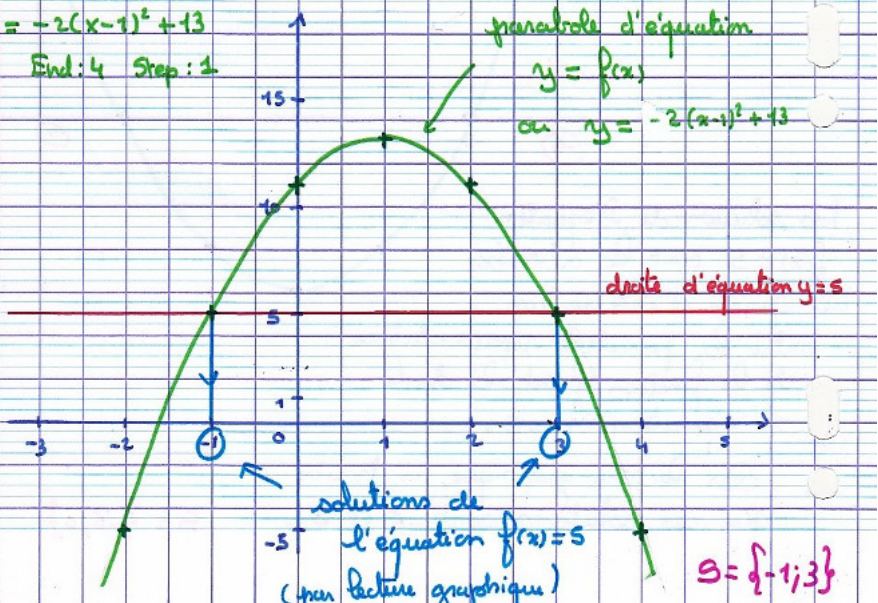
(c) $f(x) = -2(x-1)^2 + 13 = \underbrace{-2}_{a}(x - \underbrace{1}_{\alpha})^2 + \underbrace{13}_{\beta}$

$a < 0$ donc la parabole est orientée "vers le bas". ∩
Son sommet est le point de coordonnées $(1 ; 13)$

Tableau de valeurs

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-5	5	11	13	11	5	-5

Menu TABL : $Y_1 = -2(x-1)^2 + 13$
SET : Start : -2 End : 4 Step : 1



$S = \{-1 ; 3\}$

Fin de l'exercice 6 : Résolvons par le calcul l'équation $f(x)=5$.

$f(x)=5 \iff -2(x-1)^2+13=5$

$\iff -2(x-1)^2=-8$ (-13 ; :(-2))

$\iff (x-1)^2=4$

$\iff x-1=-\sqrt{4}$ ou $x-1=+\sqrt{4}$

$\iff x-1=-2$ ou $x-1=2$ (+1 ; +1)

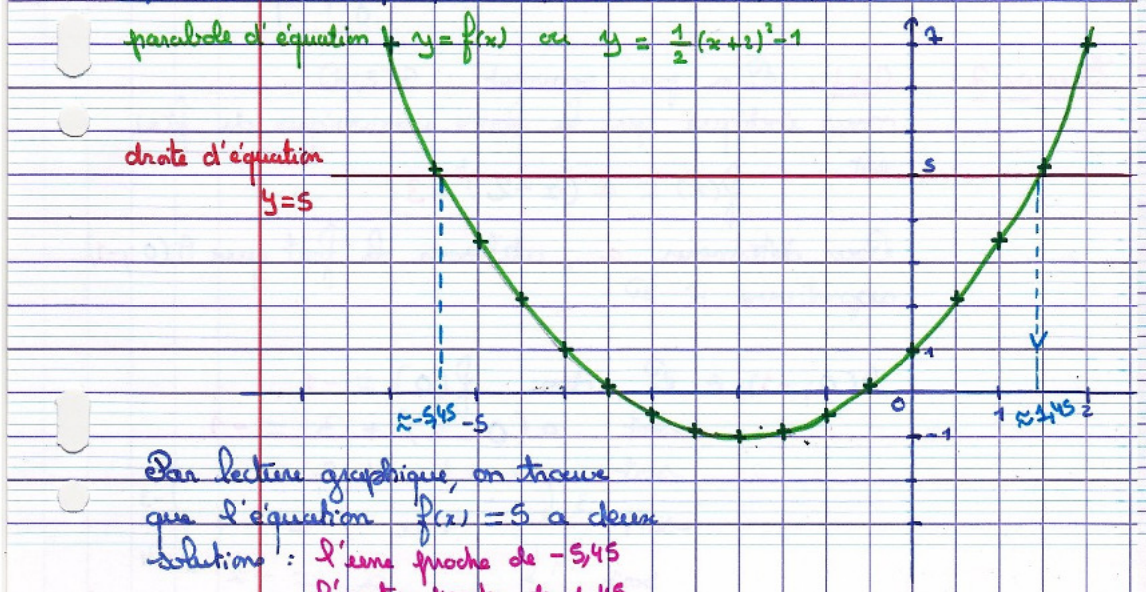
$\iff x=-1$ ou $x=3$

$S=\{-1;3\}$

ⓓ $f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-1=\frac{1}{2}(x-(-2))^2+(-1)$ ($a=\frac{1}{2}$, $\alpha=-2$, $\beta=-1$)

$a>0$ donc la parabole est orientée "vers le haut".
Son sommet a pour coordonnées $(-2;-1)$

x	-6	-5,5	-5	-4,5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	7	5,125	3,5	2,125	1	0,125	-0,5	-0,875	-1	-0,875	-0,5	0,125	1	2,125	3,5	5,125	7



Par lecture graphique, on trouve que l'équation $f(x)=5$ a deux solutions : l'une proche de -5,45
l'autre proche de 1,45.

Résolvons par le calcul l'équation $f(x)=5$.

$f(x)=5 \iff \frac{1}{2}(x+2)^2-1=5$

$\iff \frac{1}{2}(x+2)^2=6$ (+1 ; +1)

$\iff (x+2)^2=12$ (×2 ; ×2)

$\iff x+2=\sqrt{12}$ ou $x+2=-\sqrt{12}$

$\iff x+2=\sqrt{4\times3}$ ou $x+2=-\sqrt{4\times3}$

$\iff x+2=2\sqrt{3}$ ou $x+2=-2\sqrt{3}$ (-2 ; -2)

$\iff x=2\sqrt{3}-2$ ou $x=-2\sqrt{3}-2$

$S=\{-2\sqrt{3}-2\ ;\ 2\sqrt{3}-2\}$

$-2\sqrt{3}-2\approx -5,464$ $\qquad +2\sqrt{3}-2\approx 1,464$

sympa : c'est plutôt proche de la lecture graphique !

Exercice 7 : Cas 1 : $\mathcal{P}$ a pour sommet $S(2;3)$ nous indique que la forme canonique de $f(x)$ est :

$f(x)=a(x-2)^2+3$

Pour déterminer a, utilisons le fait que $A(0;-1)$ appartienne à $\mathcal{P}$.

$A(0;-1)\in\mathcal{P}$, donc $f(0)=-1$

soit $a(0-2)^2+3=-1$

soit $a\times4+3=-1$

soit $4a=-4$ (-3 ; -3)

soit $a=-1$ (:4 ; :4)

Suite de l'exercice 7 On a donc : $\boxed{f(x) = -(x-2)^2 + 3}$ forme canonique

$f(x) = -(x^2 - 4x + 4) + 3$ $\quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$f(x) = -x^2 + 4x - 4 + 3$

$\boxed{f(x) = -x^2 + 4x - 1}$ forme cartésienne.

Cas 2 :

$\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en A(-2;0) et en B(1;0) nous indique que l'équation $f(x) = 0$ a deux solutions : -2 et 1.

On en déduit que $\boxed{f(x)}$ peut s'écrire $a(x-(-2))(x-1)$ ou encore $\boxed{a(x+2)(x-1)}$

A savoir ici : Lorsque la parabole représentative de la fonction f, polynome de degré 2, coupe l'axe des abscisses en 2 points d'abscisses x_1 et x_2, $f(x)$ peut s'écrire : $a(x-x_1)(x-x_2)$

Reste à trouver a : On utilise l'information : $\mathcal{P}$ coupe l'axe des ordonnées au point C(0;2)

On a donc $f(0) = 2$, soit $a(0+2)(0-1) = 2$

soit $a \times 2 \times (-1) = 2$

soit $-2a = 2$ (:(-1))

soit $a = -1$ (:(-2))

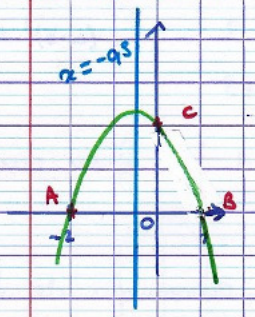
Donc $\boxed{f(x) = -(x+2)(x-1)}$ forme factorisée.

$f(x) = -(x+2)(x-1) = -(x^2 - x + 2x - 2)$

$= -(x^2 + x - 2)$ $\quad \boxed{f(x) = -x^2 - x + 2}$ forme cartésienne

Pour trouver la forme canonique, je peux utiliser que la parabole $\mathcal{P}$ admet un axe de symétrie, et que celui-ci est la droite d'équation $\boxed{x = -0,5}$

car -0,5 est la moyenne de -2 et de 1 et qu'on sait que $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en A(-2;0) et B(1;0)



On cherche une forme canonique telle que : $f(x) = -(x-(-0,5))^2 + \beta$

soit $f(x) = -(x+0,5)^2 + \beta$

Développons cette expression : $f(x) = -(x^2 + x + 0,25) + \beta$

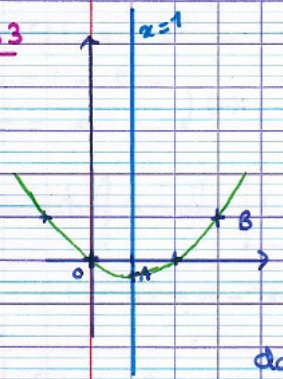
$= -x^2 - x - 0,25 + \beta$

$f(x) = -x^2 - x + \underbrace{\beta - 0,25}_{2}$ d'après la forme cartésienne.

On a donc : $\beta - 0,25 = 2$, soit $\beta = 2,25$

La forme canonique de f(x) est donc : $\boxed{f(x) = -(x+0,5)^2 + 2,25}$

Cas 3



on a $f(x) = a(x-1)^2 + \beta$

on sait : $f(0) = 0$ donc $0 = a \times (0-1)^2 + \beta$

$0 = a + \beta$ donc $a = -\beta$

$f(3) = 1$ donc $1 = a \times (3-1)^2 + \beta$

$1 = 4a + \beta$

or $a = -\beta$ donc $1 = -4\beta + \beta$ $\quad 1 = -3\beta$ $\quad -\frac{1}{3} = \beta$

donc $\boxed{f(x) = \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{1}{3}}$ Canonique et donc $a = \frac{1}{3}$

$f(x) = \frac{1}{3}[(x-1)^2 - 1] = \frac{1}{3}[x^2 - 2x + 1 - 1] = \frac{1}{3}[x^2 - 2x]$ $\quad \boxed{f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x}$ Cartésienne