

Les règles sur l'ordre – Dès la 2^{nde} (ou dès le collège sans les règles 5-5bis)

Règle 1 : on peut additionner ou soustraire un même nombre aux membres d'une inégalité sans changer le sens de l'inégalité.

Exemple : Si $-2 < x \leq 7$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow +5 & \downarrow +5 & \downarrow +5 \\ \text{alors } 3 < x+5 \leq 12 \end{array}$$

Règle 3 : on peut additionner membre à membre des inégalités de même sens.

Exemple : Si $-3 < x \leq 7$
et si $2 < y \leq 10$

$$\text{alors } + \quad \frac{\quad}{\quad} \quad -1 < x+y \leq 17$$

Règle 4 : on peut multiplier des inégalités de même sens membre à membre à **condition que tous les membres soient positifs**.

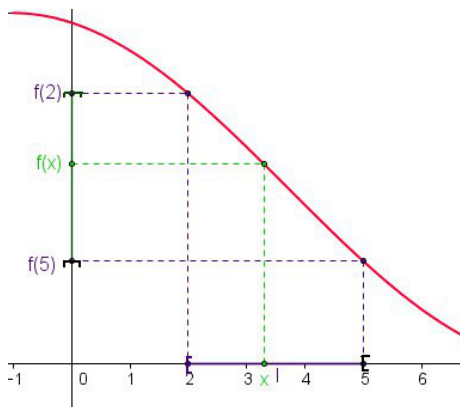
Exemple : Si $2 \leq a < 3$
et si $5 \leq b < 7$

$$\text{alors } \times \quad \frac{\quad}{\quad} \quad 10 \leq a \times b < 21$$

Et que faut-il ne surtout pas faire ? (erreur fréquente)



On ne peut pas soustraire membre à membre ni diviser membre à membre !



Règle 2 : on peut multiplier ou diviser les membres d'une inégalité par un même nombre non-nul :
- en conservant le sens de l'inégalité si ce nombre est positif
- en changeant le sens de l'inégalité si ce nombre est négatif

Exemples : Si $-2 < x \leq 7$

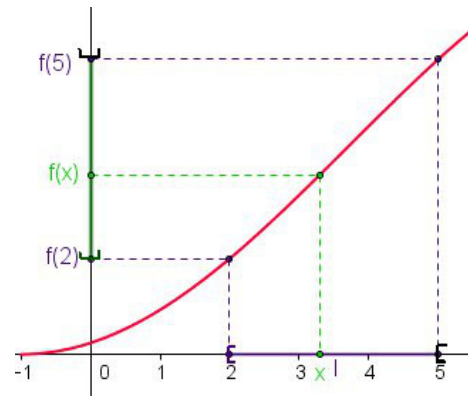
$$\begin{array}{ccc} \downarrow \times 4 & \downarrow \times 4 & \downarrow \times 4 \\ \text{alors } -8 < 4x \leq 28 \end{array}$$

Si $-2 < x \leq 7$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow \times (-3) & \downarrow \times (-3) & \downarrow \times (-3) \\ \text{alors } 6 > -3x \geq -21 \end{array}$$

Règle 5 : Lorsqu'on compose par une fonction croissante sur un intervalle auquel appartiennent tous les membres, on garde le sens des inégalités, car une fonction croissante conserve l'ordre.

Exemple : f est une fonction strictement croissante sur l'intervalle $[-1;8]$ et on a $2 \leq x < 5$
alors, on aura : $f(2) \leq f(x) < f(5)$



Règle 5 bis : Lorsqu'on compose par une fonction décroissante sur un intervalle auquel appartiennent tous les membres, on change le sens des inégalités, car une fonction décroissante inverse l'ordre.

Exemple : f est une fonction strictement décroissante sur l'intervalle $[-1;8]$ et on a $2 \leq x < 5$
alors, on aura : $f(2) \geq f(x) > f(5)$