

TES-L – Résumé informel du cours sur la convexité

La fonction est convexe si sa courbe forme un creux (mais ne le dites pas comme ça dans une copie), concave si sa courbe forme une bosse.

Lorsqu'une fonction est convexe : si elle est dérivable, sa dérivée est croissante. Si elle est deux fois dérivable, sa dérivée seconde est positive (au sens large). Et réciproquement.

Lorsqu'une fonction est concave : si elle est dérivable, sa dérivée est décroissante. Si elle est deux fois dérivable, sa dérivée seconde est négative. Et réciproquement.

Un point d'inflexion est un point de la courbe où la convexité change.

Si on parle de tangentes :

Si la fonction est convexe, la courbe est située au-dessus de chacune de ses tangentes.

Si la fonction est concave, la courbe est située en-dessous de chacune de ses tangentes.

En un point d'inflexion, la tangente traverse la courbe.

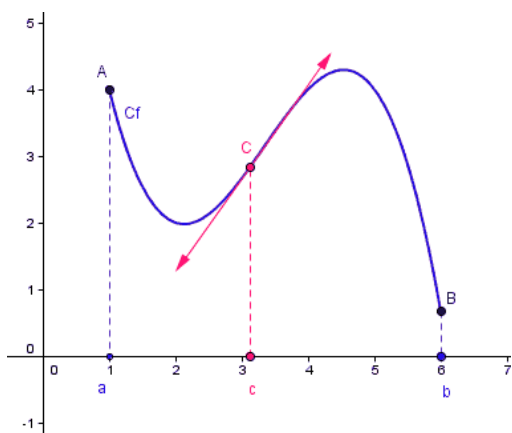
Somme de deux fonctions et multiplication par un réel :

La somme de deux fonctions de même convexité a la même convexité que chacune des deux fonctions.

Si on multiplie une fonction par un réel strictement positif, elle conserve sa convexité.

Si on multiplie une fonction par un réel strictement négatif, cela inverse sa convexité.

Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle $[a;b]$ et Cf sa courbe représentative :



x	a	c	b
$f''(x)$	+	0	-
$f'(x)$	↗		↘
convexité de f	convexe 😊	point d'inflexion	concave 😞

Le point de Cf d'abscisse c est un point d'inflexion.