

Terminale ES-L – Petits exercices d'échauffement au chapitre sur les suites - Corrigés



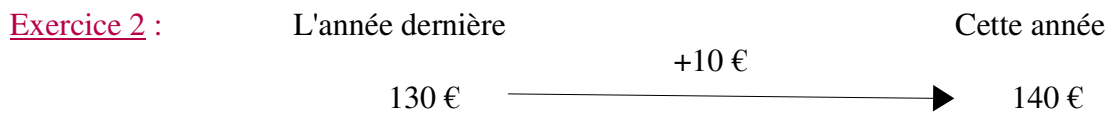
Pourcentage d'évolution = $\frac{\text{évolution}}{\text{valeur de départ}}$ ou encore $\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$

Un pourcentage d'évolution se calcule toujours par rapport à la valeur de départ.

Remarque : Le calcul est analogue à celui d'une variation relative dans une suite.

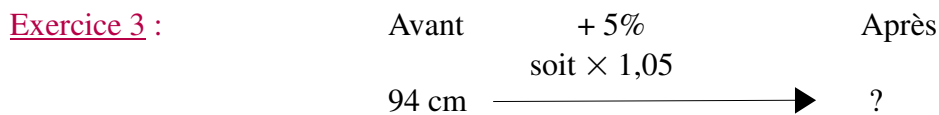
Ici, le pourcentage d'évolution à calculer est de : $\frac{105 - 120}{120} = \frac{-15}{120} = -0,125 = -12,5 \%$

La population de ce village a **diminué de 12,5 %** entre le 1er janvier 2012 et le 1er janvier 2013.



$$\frac{140 - 130}{130} = \frac{10}{130} \approx 0,077 = 7,7 \%$$

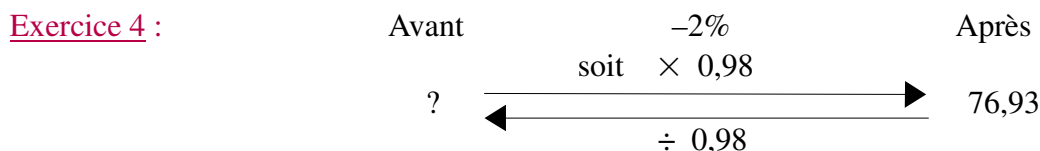
Le loyer mensuel des chambres de cette cité universitaire a **augmenté d'environ 7,7 %** entre l'année dernière et cette année.



Rappel : pour augmenter une valeur de $t\%$, on la multiplie par $(1+t\%)$.

Ici, pour connaître la valeur augmentée de 5%, on la multiplie par $1 + 5\% = 1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$

$94 \times 1,05 = 98,7$. La fillette mesure actuellement **98,7 cm**.



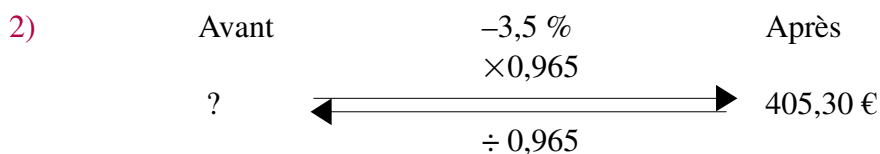
Erreur fréquente : l'évolution a été de -2% par rapport à la valeur initiale, qui est inconnue. On ne peut pas la calculer en augmentant la valeur finale de 2 %, puisqu'il s'agit de 2 % de la valeur initiale.

Lors d'une diminution de 2%, une valeur est multipliée par $1 - 2\% = 1 - 0,02 = 0,98$.
Donc pour trouver la valeur initiale à partir de la valeur finale, on la divise par 0,98.

$76,93 : 0,98 = 78,5$. Précédemment, le lanceur avait lancé son javelot à **78,5 m**.



$1 - 5\% = 1 - 0,05 = 0,95$ $652 \times 0,95 = 619,40$.
 Cette année, le client qui versait 652 € l'année dernière versera 619,40 €.



$1 - 3,5 = 1 - 0,035 = 0,965$ $405,30 : 0,965 = 420$
 L'année passée, le client qui verse cette année une prime de 405,30 € avait versé une prime de **420 €**.

Exercice 6 : 1) $1,6 = 1 + 0,6 = 1 + 60\%$. Multiplier une quantité par 1,6, c'est l'augmenter de 60 % .
 Le pourcentage d'évolution de V_0 à V_1 est de **+ 60 %** .

2) $0,3 = 1 - 0,7 = 1 - 70\%$. Multiplier une quantité par 0,3, c'est la diminuer de 70 % .
 Le pourcentage d'évolution de V_0 à V_1 est de **-70 %** .

Exercice 7 :

$0,89 = 1 - 0,11 = 1 - 11\%$
 $1,67 = 1 + 0,67 = 1 + 67\%$
 $1 - 13,1\% = 1 - 0,131 = 0,869$
 $1 + 0,8\% = 1 + 0,008 = 1,008$
 $10 = 1 + 9 = 1 + 900\%$
 $1 + 225\% = 1 + 2,25 = 3,25$

Hausse ou baisse ?	Coefficient multiplicatif	Pourcentage d'évolution
Baisse	0,89	-11%
Hausse	1,67	67%
Baisse	0,869	-13,1%
Hausse	1,008	0,8%
Hausse	10	900%
Hausse	3,25	225%

Exercice 8 : (w_n) est une suite arithmétique de raison -8 . $w_4 = 15$.

Donc $w_5 = w_4 + (-8) = 15 + (-8) = 7$ et $w_6 = w_5 + (-8) = 7 + (-8) = -1$.

Exercice 9 : (v_n) est une suite arithmétique de raison -3 telle que $v_9 = -2$.

$v_9 = v_8 + (-3)$ donc $v_9 + 3 = v_8$ donc $v_8 = v_9 + 3 = (-2) + 3 = 1$.

De même, $v_7 = v_8 + 3 = 1 + 3 = 4$.

Exercice 10 : La suite (u_n) est arithmétique de terme initial $u_0 = -4$ et de raison 5 .

$u_0 = -4$
 $u_1 = -4 + 5$
 $u_2 = -4 + 2 \times 5$ $u_3 = -4 + 3 \times 5$
 etc...

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = -4 + n \times 5$.

Donc $u_8 = -4 + 8 \times 5 = -4 + 40 = 36$

Et $u_{20} = -4 + 20 \times 5 = -4 + 100 = 96$

Exercice 11 : (w_n) est une suite arithmétique de terme initial $w_0 = 10,5$ et de raison 0,35 .

$w_0 = 10,5$
 $w_1 = 10,5 + 0,35$
 $w_2 = 10,5 + 2 \times 0,35$ $w_3 = 10,5 + 3 \times 0,35$
 etc...

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = 10,5 + n \times 0,35$

Donc $w_{14} = 10,5 + 14 \times 0,35 = 15,4$.

Et $w_{19} = 10,5 + 19 \times 0,35 = 17,15$.

Exercice 12 : (v_n) est une suite arithmétique de terme initial $v_1=8$ et de raison -5 .

$$v_1=8 \quad v_2=8-5 \quad v_3=8-2 \times 5 \quad v_4=8-3 \times 5 \quad \text{etc...}$$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n=8-(n-1) \times 5$

Donc $v_7=8-6 \times 5=-22$ et $v_{21}=8-20 \times 5=-92$.

Exercice 13 : (u_n) est une suite arithmétique. Notons r sa raison. On sait que $u_0=-2$ et $u_{10}=2$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n=u_0+n \times r=-2+n \times r$. Donc $u_{10}=-2+10 \times r$.

Or $u_{10}=2$, donc $2=-2+10r$.

$$2=-2+10r \Leftrightarrow 4=10r \Leftrightarrow \frac{4}{10}=r \Leftrightarrow r=0,4$$

La raison de la suite arithmétique (u_n) est de **0,4**.

Exercice 14 : (w_n) est une suite arithmétique. Notons r sa raison.

$$w_1=100 \quad w_2=100+r \quad w_3=100+2r \quad w_4=100+3r \quad \text{etc...}$$

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $w_n=100+(n-1)r$.

En particulier, $w_9=100+8r$. Or on sait que $w_9=80$. Donc $100+8r=80$. (Si $n=9$, $n-1=8$)

$$100+8r=80 \Leftrightarrow 8r=-20 \Leftrightarrow r=-\frac{20}{8} \Leftrightarrow r=-2,5$$

La raison de la suite arithmétique (w_n) est donc de **-2,5**.

Comme pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $w_n=100+(n-1)r$, $w_{30}=100+29 \times (-2,5)$ (Si $n=30$, $n-1=29$)

Donc $w_{30}=27,5$.

Exercice 15 : 1) $15\,000-600=14\,400$. **En 2002**, la population de cette ville était de **14 400 habitants**.
 $14\,400-600=13\,800$. **En 2003**, la population de cette ville était de **13 800 habitants**.

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$ (du moins tant que p_n , reste un nombre positif) comme la population de la ville baisse de 600 habitant par an, $p_{n+1}=p_n-600$.

(p_n) est donc une suite arithmétique de raison -600 . Son terme initial est $p_0=15\,000$.

3) $2014=2001+13$.

$$p_{13}=p_0+13 \times (-600)=15\,000-7\,800=7\,200$$

Si le même type d'évolution se maintient, la population de cette ville en 2014 sera de **7 200 habitants**.

Exercice 16 : Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1}-u_n-1,5=0 \Leftrightarrow u_{n+1}=u_n+1,5$.

(u_n) est donc une **suite arithmétique de raison 1,5**.

Exercice 17 : (t_n) est une suite arithmétique de raison 12. $t_{15}=-50$.

$$t_7=t_7 \quad t_8=t_7+12 \quad t_9=t_7+2 \times 12 \quad t_{10}=t_7+3 \times 12 \quad \text{etc...}$$

Donc pour tout n , $t_n=t_7+(n-7) \times 12$. Pour $n=15$, $t_{15}=t_7+(15-7) \times 12$ soit $-50=t_7+8 \times 12$.

$$-50=t_7+8 \times 12 \Leftrightarrow -8 \times 12-50=t_7 \Leftrightarrow t_7=-146$$

On peut aussi utiliser directement la formule $u_m = u_p + (m - p) \times raison$

On obtient bien $t_{15} = t_7 + (15 - 7) \times 12 \Leftrightarrow -50 = t_7 + 8 \times 12 \Leftrightarrow t_7 = -146$.

$$t_{19} = t_{15} + (19 - 15) \times raison = -50 + 4 \times 12 = -2. \quad t_{19} = -2.$$

Exercice 18 : (w_n) est une suite géométrique de raison 3. $w_5 = 15$.

$$w_6 = w_5 \times 3 = 15 \times 3 = 45$$

$$w_7 = w_6 \times 3 = 45 \times 3 = 135$$

Exercice 19 : (u_n) est une suite géométrique de raison 5. $u_{13} = 50$.

$$u_{13} = u_{12} \times 5 \text{ donc } u_{12} = \frac{u_{13}}{5} = \frac{50}{5} = 10. \quad u_{12} = u_{11} \times 5 \text{ donc } u_{11} = \frac{u_{12}}{5} = \frac{10}{5} = 2.$$

Exercice 20 : (a_n) est une suite géométrique. Notons q sa raison.

$$a_8 = a_7 \times q \text{ et } a_9 = a_8 \times q = a_7 \times q^2 \text{ soit } 63 = 7 \times q^2 \Leftrightarrow \frac{63}{7} = q^2 \Leftrightarrow 9 = q^2 \Leftrightarrow q = 3 \text{ ou } q = -3.$$

(a_n) a pour raison **3** ou **-3**.

Exercice 21 : (w_n) est une suite géométrique de terme initial $w_0 = 10,5$ et de raison 0,45.

$$w_0 = w_0 \quad w_1 = w_0 \times 0,45 \quad w_2 = w_1 \times 0,45 = w_0 \times 0,45^2 \quad w_3 = w_0 \times 0,45^3 \text{ etc...}$$

$$\text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, \quad w_n = w_0 \times 0,45^n.$$

$$\text{On a donc, en particulier, pour } n=4 : w_4 = w_0 \times 0,45^4 = 10,5 \times 0,45^4 \approx 0,43$$

$$\text{et pour } n=6 : w_6 = w_0 \times 0,45^6 = 10,5 \times 0,45^6 \approx 0,09.$$

Exercice 22 : (b_n) est une suite géométrique de raison 10 telle que $b_1 = 0,07$.

$$b_1 = b_1 \quad b_2 = b_1 \times 10 \quad b_3 = b_2 \times 10 = b_1 \times 10^2 \quad b_4 = b_1 \times 10^3 \text{ etc...}$$

Donc pour tout $n \geq 1$, $b_n = b_1 \times 10^{n-1}$.

$$\text{Pour } n=4, \text{ on a } b_4 = b_1 \times 10^3 = 0,07 \times 1000 = 70$$

$$\text{Pour } n=8, \text{ on a } b_8 = b_1 \times 10^7 = 0,07 \times 10^7 = 700\,000$$

Exercice 23 : (w_n) est une suite géométrique de raison 3.

$$w_1 = w_1 \quad w_2 = w_1 \times 3 \quad w_3 = w_2 \times 3 = w_1 \times 3^2 \quad w_4 = w_1 \times 3^3 \quad w_5 = w_1 \times 3^4 \text{ etc...}$$

Donc pour tout n, $w_n = w_1 \times 3^{n-1}$.

$$\text{En particulier, pour } n=9, \text{ on a } w_9 = w_1 \times 3^8 \text{ soit } 19\,683 = w_1 \times 6\,561 \Leftrightarrow \frac{19\,683}{6\,561} = w_1 \Leftrightarrow w_1 = 3.$$

Exercice 24 : 1) Chaque année, la valeur « remboursable » du lave-linge baisse de 15 %, c'est-à-dire qu'elle est multipliée par $1 - 15\% = 1 - 0,15 = 0,85$.

$$\text{Un an après l'achat, la valeur remboursable du lave-linge sera de } 750 \text{ €} \times 0,85 = 637,50 \text{ €}.$$

$$\text{Deux ans après l'achat, la valeur remboursable du lave-linge sera de } 637,50 \text{ €} \times 0,85 \approx 541,88 \text{ €}.$$

2) Chaque année, la valeur remboursable du lave-linge est multipliée par 0,85, donc pour tout n,

$$v_{n+1} = 0,85 \times v_n. \quad (v_n) \text{ est donc une suite géométrique de raison } 0,85. \text{ Son terme initial est } v_0 = 750.$$

$$\text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 \times raison^n \text{ soit } v_n = 750 \times 0,85^n.$$