

Terminale S - Exercices sur les propriétés algébriques de la fonction exponentielle.

Exercice 1 : Simplifier les expressions :

$$A(x) = \exp(3x-1) \times \exp(2-x)$$

$$B(x) = \frac{\exp(x-5)}{\exp(2x+1)} \quad C(x) = (\exp(2x))^3$$

$$D(x) = (\exp(-x))^2 \quad E(x) = \frac{\exp(-x+4)}{\exp(x+4)}$$

$$F(x) = (\exp(x+3) \times \exp(-2x-2))^2$$

Exercice 2 :

Écrire les nombres suivants sous la forme e^x .

(Sauf pour J, dont vous simplifierez seulement l'expression)

$$A = e^{-3,2} \times e^{7,3} \quad B = (e^{-2,1})^5 \quad C = \frac{e^{3,4}}{e^{4,2}}$$

$$D = \left(\frac{e^{-2,1}}{e^{-3,2}} \right)^3 \quad E = e^{\sqrt{3}} \times e^{-\frac{1}{\sqrt{3}}} \quad F = (e^{\sqrt{2}})^2$$

$$G = \frac{(e^2)^3 \times (e^3)^{-2}}{e^2} \quad H = \frac{e^{\frac{1}{2}}}{(e^3)^{\frac{3}{4}}} \quad I = \frac{e^{1,2} \times e^{-0,3}}{e^{3,5} \times e^{-1}}$$

$$J = (e^{0,5} - e^{-0,5})^2 \quad K = (e^{2-\sqrt{3}})^{2+\sqrt{3}}$$

$$L = \frac{e^{3,6}}{e^{2,7}} \quad M = e^2 \times e^{-1,4} \quad N = \frac{e^{\frac{1}{2}}}{e^{\frac{1}{3}}}$$

Exercice 3 : Simplifier les expressions suivantes :

$$A(x) = e^x \times e^{-x+2} \quad B(x) = (e^{-x})^2 \times (e^{3x})^3$$

$$C(x) = 2(e^{2x} + e^{-2x}) - (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$$

$$D(x) = 4e^{4x} \times (-5e^{-3x+2})$$

$$E(x) = \frac{e^{3x} + e^{-3x}}{2} \times \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{2}$$

$$F(x) = \frac{e^{-3x+5} \times (e^{x+2})^3}{e^{-2x-6}}$$

$$G(x) = e^{3x+5} \times (e^{-x+1})^3 \times (e^{2x+2})^2$$

Exercice 4 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)^2. \text{ Écrire } f(x) \text{ le}$$

plus simplement possible.

Exercice 5 : Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$1) \frac{5}{1+e^x} = 5 - \frac{5}{1+e^{-x}} \quad 2) \frac{e^x}{e^x+1} = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

$$3) \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \quad 4) \frac{e^{-x}}{e^{-x} + x^2} = \frac{1}{1 + x^2 e^x}$$

$$5) \frac{e^x - 4}{e^x + 3} = 1 - \frac{7}{e^x + 3}$$

Exercice 6 : Pour chacune des fonctions f définies et dérivables sur \mathbb{R} , on note f' sa dérivée. Calculer $f'(x)$.

$$1) f(x) = e^{-x} \quad 2) f(x) = e^{3x} \quad 3) f(x) = e^{x+1}$$

$$4) f(x) = e^{3x-2} \quad 5) f(x) = xe^x \quad 6) f(x) = x^2 e^x$$

$$7) f(x) = \frac{x}{e^x} \quad 8) f(x) = \frac{x^2}{e^x}$$

Exercice 7 : Pour chacune des fonctions f définies et dérivables sur l'intervalle $]0; +\infty[$, on note f' sa dérivée. Calculez $f'(x)$ lorsque :

$$1) f(x) = \frac{e^x}{x} \quad 2) f(x) = \frac{e^x}{x^2}$$

$$3) f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}} \quad 4) f(x) = e^x \times \sqrt{x}$$

$$5) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$$