

Exercice 1 : f et g sont les fonctions définies sur I .

Déterminer l'expression de $f'(x)$ et de $g'(x)$ en fonction de x , f' et g' étant les fonctions dérivées des fonctions f et g .

- 1) $f(x) = x \cos(x)$ et $g(x) = x \sin(x)$ $I = \mathbb{R}$
- 2) $f(x) = \cos(x+2)$ et $g(x) = \frac{\cos(x)}{x}$ $I =]0; +\infty[$
- 3) $f(x) = e^x \cos(x)$ et $g(x) = e^x \sin(x)$ $I = \mathbb{R}$
- 4) $f(x) = e^{-x} \cos(x)$ et $g(x) = e^{-x} \sin(x)$ $I = \mathbb{R}$
- 5) $f(x) = \sqrt{x} \cos(x)$ et $g(x) = \sqrt{x} \sin(x)$ $I =]0; +\infty[$
- 6) $f(x) = \frac{1}{\sin(x)}$ et $g(x) = \frac{1}{\cos(x)}$ $I =]0; \frac{\pi}{2}[$
- 7) $f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ et $g(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ $I =]0; \frac{\pi}{2}[$
- 8) $f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)+2}$ et $g(x) = \frac{\sin(x)+5}{\cos(x)+5}$ $I = \mathbb{R}$
- 9) $f(x) = \cos(4x+2)$ et $g(x) = \sin(9-2x)$ $I = \mathbb{R}$
- 10) $f(x) = \cos(x^2-1)$ et $g(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ $I =]0; +\infty[$

Exercice 2 : Déterminer les dérivées d'ordre 1 et 2 de la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \cos(3x) + 4 \sin(2x)$$

Exercice 3 : On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin(x)$ et $g(x) = \cos(x)$. On note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g leurs courbes représentatives respectives.

Montrer que la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse $\frac{3\pi}{4}$ et la tangente à \mathcal{C}_g au point d'abscisse $\frac{\pi}{4}$ sont parallèles.

Exercice 4 : Dans chaque cas, déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de x , pour

- $x \in \mathbb{R}$.
- | | |
|-----------------------|------------------------------|
| 1) $f(x) = \cos^2(x)$ | 2) $f(x) = x e^{\sin(x)}$ |
| 3) $f(x) = \sin^3(x)$ | 4) $f(x) = \sin^2(x)\cos(x)$ |

Exercice 5 : Soit f une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} et f' sa fonction dérivée. Soit la proposition : « Si f est telle que $f(x) = \cos(x)$, alors $f'(x) = -\sin(x)$. »

- 1) Cette proposition est-elle vraie ?
- 2) Énoncer la réciproque de cette proposition et indiquer si elle est vraie.

Exercice 6 : On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2 \cos(3x)$.

Montrer qu'il existe un réel c tel que, pour tout réel x , on a : $f''(x) + c f(x) = 0$

Exercice 7 : On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 4 \sin(2x) - 3 \cos(2x)$

Montrer qu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout réel x , on a :

$$f''(x) + a f'(x) + b f(x) = 0.$$

Exercice 8 : VRAI / FAUX

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin(x)\cos(x)$. Alors $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

2) Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 1 + \sin^2(x) \quad \text{et} \quad g(x) = 5 + \cos^2(x)$$

Pour tout réel x , $f'(x) = -g'(x)$

3) Les fonctions $x \mapsto \sin(x^3)$ et $x \mapsto (\sin(x))^3$ ont la même dérivée.