Exercice 1 : QCM

Les commentaires en bleu ne sont pas forcément à écrire dans une copie que vous rendez. Ils vous aident à avoir le bon discours mental.

$x < 3$ → Réponse (c) $]-\infty;3[$

$-2 < x \leqslant 5$ → Réponse (b) $]-2;5]$

$x \geqslant 0$ → Réponse (b) $[0;+\infty[$

$10 \geqslant x > 3$ → Réponse (b) $]3;10]$

$5 \leqslant x$ → Réponse (a) $[5;+\infty[$

Exercice 2 :

1) $x < 5$ et $x > -10$ → $x \in]-10;5[$

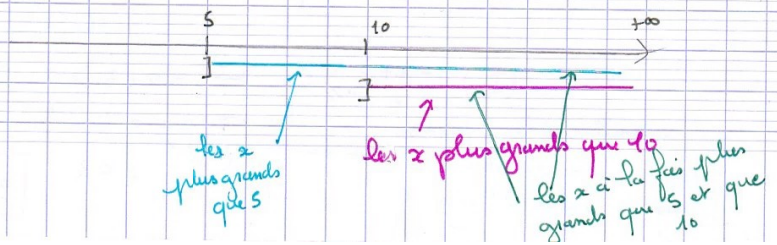
2) $x \leqslant 3$ et $x > 6$ → x ne peut pas être à la fois plus petit que 3 et plus grand que 6 ! Ça revient à dire que x ne peut pas exister ! → $x \in \emptyset$ (ensemble vide.)

3) $x \leqslant 13$ et $x > 9$ → $x \in]9;13]$

4) $x \leqslant 3$ et $x \geqslant -7$ → $x \in [-7;3]$

5) $x < 2$ et $x > 7$ incompatibles ! → $x \in \emptyset$

6) $x > 5$ et $x > 10$ → $x \in]10;+\infty[$



7) $x < 5$ (ou) $x > 1$ → $x \in \mathbb{R}$

↑ Il y a du changement par rapport aux questions précédentes !

U

↑ Car il est toujours vrai que x est soit plus petit que 5, soit plus grand que 1.

8) $2 < x \leqslant 5$ ou $x \geqslant 30$ → $x \in]2;5] \cup [30;+\infty[$

9) $10 > x \geqslant 0$ ou $-4 \leqslant x \leqslant -2$ → $x \in [-2;-4] \cup [0;10[$

Exercice 3 :

(I_1) $x + 5 \leqslant 0 \iff x \leqslant -5$ → $S =]-\infty;-5]$

on soustrait 5 aux 2 membres

(I_2) $x - 5 \leqslant 0 \iff x \leqslant 5$ → $S =]-\infty;5]$

on ajoute 5 aux 2 membres

(I_3) $2x - 5 \leqslant 0 \overset{①}{\iff} 2x \leqslant 5 \overset{②}{\iff} x \leqslant \frac{5}{2}$

① On ajoute 5 aux 2 membres

② On divise les 2 membres par 2

→ $S =]-\infty;\frac{5}{2}]$

(I_4) $-2x - 5 \leqslant 0 \overset{①}{\iff} -2x \leqslant 5 \overset{②}{\iff} x \geqslant -\frac{5}{2}$

① On ajoute 5 aux 2 membres

② On divise les 2 membres par -2

→ $S = [-\frac{5}{2};+\infty[$

(I_5) $\frac{x+3}{2} \geqslant 0 \overset{①}{\iff} x + 3 \geqslant 0 \overset{②}{\iff} x \geqslant -3$

① j'ai multiplié les 2 membres par 2, qui est strictement positif

② J'ai soustrait 3 aux 2 membres

→ $S = [-3;+\infty[$

(I_6) $\frac{-x+3}{5} \geqslant 0 \iff -x + 3 \geqslant 0 \iff -x \geqslant -3 \iff x \leqslant 3$

j'ai multiplié les 2 membres par 5.

J'ai multiplié les 2 membres par -1. Je dois donc changer le sens de l'inégalité

→ $S =]-\infty;3]$

j'ai multiplié les 2 membres par 3

Suite de l'exercice 3 : (I_7) $\dfrac{-5-2x}{3} \geqslant 5 \iff -5-2x \geqslant 15$

$\iff$ (+5) $-2x \geqslant 20$ (+5)

$\iff$ (:(-2)) $x \leqslant -10$ (:(-2))

$S =]-\infty ; -10]$

(I_8) $3x+2 \geqslant 5x-3 \iff -2x \geqslant -5$ ← 1ère étape : j'ai ajouté $-5x-2$ aux 2 membres

$\iff x \leqslant \dfrac{5}{2}$ ← j'ai divisé les 2 membres par -2. Comme $-2<0$, je dois changer le sens de l'inégalité.

$S =]-\infty ; \frac{5}{2}]$

(I_9) $\dfrac{3x+2}{6} < x+1$

① $\iff 3x+2 < 6x+6$

② $\iff -3x < 4$

③ $\iff x > -\dfrac{4}{3}$

① On multiplie les 2 membres par 6.
② On ajoute $-6x-2$ (ou on soustrait $6x$ et 2) aux 2 membres.
③ On divise les 2 membres par -3. -3 étant strictement négatif, il faut alors changer le sens de l'inégalité.

$S =]-\frac{4}{3} ; +\infty[$

(I_{10}) $\dfrac{2x-1}{-4} < -x+2$

① $\iff 2x-1 > 4x-8$

② $\iff -2x > -7$

③ $\iff x < \dfrac{7}{2}$

① On multiplie les 2 membres par -4
② On soustrait $4x$ et ajoute 1 aux 2 membres
③ On divise les 2 membres par -2.

$S =]-\infty ; \frac{7}{2}[$

(I_{11}) $\dfrac{-7x-1}{-2} < -2x+3$

① $\iff -7x-1 > 4x-6$

② $\iff -11x > -5$

③ $\iff x < \dfrac{5}{11}$

① Je multiplie les 2 membres par -2.
② Je soustrais $7x$ et ajoute 1 aux 2 membres
③ Je divise les 2 membres par -11.

$S =]-\infty ; \frac{5}{11}[$

(I_{12}) $\dfrac{5x-1}{3} > \dfrac{3x-2}{4}$

① $\iff 20x-4 > 9x-6$

② $\iff 11x > -2$

③ $\iff x > -\dfrac{2}{11}$

① Je multiplie les 2 membres par 3 et par 4, qui sont tous les 2 strictement positifs. Je n'ai donc pas à changer le sens de l'inégalité.
② Je soustrais $9x$ et ajoute 4 aux 2 membres
③ Je divise les 2 membres par 11, qui est strictement positif. Je ne change donc pas le sens de l'inégalité.

$S =]-\frac{2}{11} ; +\infty[$

(I_{13}) $\dfrac{5x-7}{-2} > \dfrac{3x-4}{5}$

① $\iff 25x-35 < -6x+8$ (Je divise les 2 membres par 31)

② $\iff 31x < 43$

③ $\iff x < \dfrac{43}{31}$

① Je multiplie les 2 membres par -2 et par 5. Je change donc le sens de l'inégalité.
② J'ajoute $6x$ et 35 aux 2 membres.

$S =]-\infty ; \frac{43}{31}[$

(I_{14}) $\dfrac{-2x+1}{-3} > \dfrac{x}{6} - 5$

① $\iff \dfrac{-2x+1}{-3} > \dfrac{x-30}{6}$

② $\iff -12x+6 < -3x+90$

③ $\iff -9x < 84$

④ $\iff x > -\dfrac{84}{9}$ or $-\dfrac{84}{9} = -\dfrac{3\times 28}{3\times 3} = -\dfrac{28}{3}$

① Je réduis le second membre avant : $\dfrac{x}{6} - 5 = \dfrac{x}{6} - \dfrac{5\times 6}{1\times 6} = \dfrac{x}{6} - \dfrac{30}{6}$

② Je multiplie les 2 membres par -3 et par 6. Je change donc le sens de l'inégalité.
③ J'ajoute $3x$ et je soustrais 6 aux 2 membres
④ Je divise les 2 membres par -9, ce qui change le sens de l'inégalité.

$S =]-\frac{28}{3} ; +\infty[$