

2^{nde} 2008-2009 - Feuille d'exercices de mathématiques n°3 - Calculs avec des radicaux. Corrigés

Exercice 1.

$\sqrt{49} = 7$ 49 est un carré parfait à connaître.
 $\sqrt{121} = 11$ 121 est un carré parfait, qui fait partie des multiples de 11 à 3 chiffres. Plus à reconnaître car le chiffre du milieu est la somme des deux autres.

$$\begin{aligned}\sqrt{72} &= \sqrt{8 \times 9} = \sqrt{2 \times 4 \times 9} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{4} \times \sqrt{9} \\ &= \sqrt{2} \times 2 \times 3 \\ \sqrt{72} &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{3 \times 25} = \sqrt{3} \times \sqrt{25} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{588} = \sqrt{4 \times 147}$$

On reconnaît que 588 est un multiple de 4 grâce à sa terminaison 88. Chiffre pair.

147 est un multiple de 3 car $1+4+7=12$ qui est dans la table de 3.

$$\begin{aligned}\sqrt{588} &= \sqrt{4 \times 3 \times 49} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} \times \sqrt{49} = 2 \times \sqrt{3} \times 7 \\ \sqrt{588} &= 14\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{468} &= \sqrt{4 \times 9 \times 13} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{9} \times \sqrt{13} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{13} \\ \sqrt{468} &= 6\sqrt{13}\end{aligned}$$

117 est un multiple de 9 car $1+1+7=9$ dans la table de 9.

Dans vos copies, vous pouvez scinder l'une de ces 2 lignes, mais, de préférence, pas en 2.

$\sqrt{635} = \sqrt{5 \times 127}$ Ici je suis un peu égaré. Je cherche à savoir si 127 est un nombre premier en le divisant par 7, par 13... et comme quand je le divise par 13 je trouve un nombre non entier inférieur à 13, j'en déduis que 127 est un nombre premier. Je ne peux pas extraire de carré parfait sous la racine. $\sqrt{635}$ n'est pas simplifiable.

$$\sqrt{635} = \sqrt{635}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1080} &= \sqrt{108 \times 10} = \sqrt{9 \times 12 \times 10} \\ &= \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 10} = \sqrt{9} \times \sqrt{4} \times \sqrt{30} \\ &= 3 \times 2 \times \sqrt{30} = 6\sqrt{30}\end{aligned}$$

Cette fois, j'ai arrêté de détailler : vous voyez compris

$$\begin{aligned}\sqrt{97} + \sqrt{48} - \sqrt{12} &= \sqrt{9 \times 3} + \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{4 \times 3} \\ &= 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{32} + \sqrt{18} - \sqrt{50} &= \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{25 \times 2} \\ &= 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

Exercice 2:

$$\begin{aligned}\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{175} &= \sqrt{9 \times 7} - \sqrt{4 \times 7} + \sqrt{25 \times 7} \\ &= 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} \\ &= 6\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{12} &= \sqrt{9 \times 3} - 2\sqrt{25 \times 3} + 3\sqrt{4 \times 3} \\ &= 3\sqrt{3} - 2 \times 5\sqrt{3} + 3 \times 2\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

Suite de l'exercice 2. $3\sqrt{80} - \sqrt{180} - 2\sqrt{45} = 3\sqrt{4 \times 20} - \sqrt{9 \times 20} - 2\sqrt{9 \times 5}$

$$= 3 \times 2\sqrt{4 \times 5} - 3\sqrt{4 \times 5} - 2 \times 3\sqrt{5}$$

$$= 6 \times 2\sqrt{5} - 3 \times 2\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$$

$$= 12\sqrt{5} - 6\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$$

$$= \boxed{0}$$

$$5\sqrt{35} + 7\sqrt{27} - 4\sqrt{48} = 5\sqrt{25 \times 7} + 7\sqrt{9 \times 3} - 4\sqrt{16 \times 3}$$

$$= 5 \times 5\sqrt{7} + 7 \times 3\sqrt{3} - 4 \times 4\sqrt{3}$$

$$= 25\sqrt{7} + 21\sqrt{3} - 16\sqrt{3}$$

$$= \boxed{25\sqrt{7} + 5\sqrt{3}}$$

Exercice 3: $\sqrt{\frac{24}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{49}}$
 On se souvient que la racine carrée se distribue sur la multiplication et sur la division pour peu que tous les facteurs soient positifs.

On peut utiliser cette distributivité dans les 2 cas :

$$\sqrt{\frac{24}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{49}} = \sqrt{\frac{24}{2} \times \frac{8}{49}} = \sqrt{\frac{24 \times 8}{2 \times 49}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 4}{2 \times 49}} = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 4}{49}} = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{\sqrt{24}}{7} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$\sqrt{\frac{18}{25}} \times \sqrt{\frac{125}{72}} = \sqrt{\frac{18 \times 125}{25 \times 72}} = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2}} = \sqrt{\frac{3 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 2}} = \sqrt{\frac{75}{8}} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{8}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{6}}{4}$$

$$\sqrt{\frac{8}{9}} \times \sqrt{\frac{12}{25}} \times \sqrt{\frac{225}{24}} = \sqrt{\frac{4 \times 2 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{9 \times 25 \times 3 \times 8 \times 1}} = \sqrt{4} = \boxed{2}$$

Exercice 4: $(\sqrt{2} + 3)(5\sqrt{2} - 1)$

$$= 5 \times 2 - \sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 3$$

$$= 10 + 14\sqrt{2} - 3$$

$$= \boxed{7 + 14\sqrt{2}}$$

$$(2\sqrt{5} + 3)^2 = (2\sqrt{5})^2 + 2 \times 2\sqrt{5} \times 3 + 3^2$$

$$= 4 \times 5 + 12\sqrt{5} + 9$$

$$= \boxed{29 + 12\sqrt{5}}$$

$$(2\sqrt{5} + 3)^2 = 4 \times 5 + 12\sqrt{5} + 9$$

$$= \boxed{29 + 12\sqrt{5}}$$

$$(1 - 3\sqrt{2})^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2$$

$$= 1 - 6\sqrt{2} + 9 \times 2$$

$$= \boxed{19 - 6\sqrt{2}}$$

car $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

je multiplie en facteurs devant

$$(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{3})(2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}(1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})$$

$$= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} - 4 - 2\sqrt{2}\sqrt{6}$$

$$= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} - 4 - 2\sqrt{2 \times 6}$$

$$= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} - 4 - 2 \times 2\sqrt{3}$$

$$= \boxed{-4 + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}$$

Je me souviens que simplifier plus, j'obtiens plus facilement les racines.

Comme c'est un choix personnel)

Exercice 5:

$$\frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}-2}{5-1}$$

$$= \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

Utiliser la règle du 24 juillet 2019:

"Calcul: comment éliminer les racines carrées des dénominateurs"

$$\frac{5}{5-\sqrt{5}} = \frac{5(5+\sqrt{5})}{(5-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})} = \frac{25+5\sqrt{5}}{25-5} = \frac{5(5+\sqrt{5})}{5 \times 4}$$

$$= \frac{5+\sqrt{5}}{4}$$

$$\frac{7}{2-\sqrt{3}} = \frac{7(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{14+7\sqrt{3}}{4-3} = 14+7\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{1(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} + \frac{1(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} + \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} + \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{3+2\sqrt{3}\sqrt{2}+2}{3-2\sqrt{3}\sqrt{2}+2} + \frac{3-2\sqrt{3}\sqrt{2}+2}{3-2\sqrt{3}\sqrt{2}+2} = 10$$

Suite de l'exercice 2: $3\sqrt{80} - \sqrt{180} - 2\sqrt{45} = 3\sqrt{4 \times 20} - \sqrt{9 \times 20} - 2\sqrt{9 \times 5}$
 $= 3 \times 2\sqrt{4 \times 5} - 3\sqrt{4 \times 5} - 2 \times 3\sqrt{5}$
 $= 6 \times 2\sqrt{5} - 3 \times 2\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$
 $= 12\sqrt{5} - 6\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$
 $= 0$

$$5\sqrt{75} + 7\sqrt{27} - 4\sqrt{48} = 5\sqrt{25 \times 3} + 7\sqrt{9 \times 3} - 4\sqrt{16 \times 3}$$

$$= 5 \times 5\sqrt{3} + 7 \times 3\sqrt{3} - 4 \times 4\sqrt{3}$$

$$= 25\sqrt{3} + 21\sqrt{3} - 16\sqrt{3}$$

$$= 30\sqrt{3}$$

Exercice 3: $\sqrt{\frac{27}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{49}}$
 On se souvient que la racine carrée se distribue sur la multiplication et sur la division pour peu que tous les facteurs soient positifs.

On peut utiliser cette distributivité dans les 2 sens:

$$\sqrt{\frac{27}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{49}} = \sqrt{\frac{27}{2} \times \frac{8}{49}} = \sqrt{\frac{27 \times 8}{2 \times 49}} = \sqrt{\frac{9 \times 3 \times 4}{49}} = \frac{\sqrt{9 \times 3 \times 4}}{\sqrt{49}} = \frac{3 \times \sqrt{3 \times 2}}{7} = \frac{6\sqrt{3}}{7}$$

$$\sqrt{\frac{18}{25}} \times \sqrt{\frac{125}{72}} = \sqrt{\frac{18}{25} \times \frac{125}{72}} = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 4 \times 9}} = \sqrt{\frac{2 \times 5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$