

Terminale ES – Exercices : inéquations avec des logarithmes et des exponentielles.

Exercice 1 : Préciser l'ensemble de définition de chaque inéquation puis la résoudre.

$$(I_1) \ln x \leq 3$$

$$(I_2) e^x > 2$$

$$(I_3) \ln x > e$$

$$(I_4) e^x \leq 3$$

$$(I_5) e^{5x} > 3$$

$$(I_6) e^{x-1} < 2$$

$$(I_7) \ln(2x-1) > -1$$

$$(I_8) \ln\left(1+\frac{2}{x}\right) \geq \ln 3$$

$$(I_9) \ln x \leq \ln(x^2-2x)$$

$$(I_{10}) \frac{1}{2} \leq e^x \leq 2$$

$$(I_{11}) \ln x + 2 \geq 0$$

$$(I_{12}) \ln x - 1 < 0$$

$$(I_{13}) 2 \ln x + 1 \leq 0$$

$$(I_{14}) 2 \ln x + 1 \geq 0$$

$$(I_{15}) \ln x + 4 \geq 0$$

$$(I_{16}) \ln x(2-\ln x) \geq 0$$

Exercice 2 : 1) Résoudre l'inéquation $-x^2-4x+5 > 0$.

2) En déduire l'ensemble de définition de l'inéquation $\ln(-x^2-4x+5) + \ln \frac{1}{8} > 0$ et résoudre celle-ci.

Exercice 3 : 1) Expliquer pourquoi $-1 = \ln\left(\frac{1}{e}\right)$. 2) Résoudre l'inéquation $(\ln x)^2 + \ln x > 0$

Exercice 4 : Une population de bactéries diminue dans la proportion de 5 % par heure. Au bout de combien d'heures la population sera-t-elle inférieure ou égale à la moitié de la population initiale ?

Exercice 5 : 1) Une population diminue de 7% par an. Au bout de combien d'années cette population sera-t-elle inférieure ou égale au quart de la population initiale ?

2) Une population augmente de 10 % par an. Au bout de combien d'années cette population aura-t-elle doublé ?

Exercice 6 : Un récipient contient 100 L d'un mélange d'alcool et d'eau. On prélève chaque jour un litre du mélange et on rajoute un litre d'eau aux 99 L restants. Initialement, le liquide titrait 90° d'alcool. On cherche au bout de combien de jours le mélange titrera moins de 50° d'alcool.

Note : « un mélange titre 90° d'alcool » signifie que ce mélange contient 90 % d'alcool.

1) Si on appelle a le titre avant et a' le titre après l'opération, démontrer que $a' = 0,99a$.

2) Démontrer que, au bout de n jours, le titre est égal à $0,99^n \times 90$.

3) a) Résoudre l'inéquation $0,99^n \times 90 < 50$.

b) Indiquer au bout de combien de jours le mélange titrera moins de 50° d'alcool.

Exercice 7 : En France, depuis 1970, la consommation de sucre en moyenne par habitant, en kg par an, peut être modélisée par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 20e^{-0,03x}$, où x est le rang de l'année $1970+x$.

1) Calculer $f(50)$. En donner une interprétation.

2) a) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 5$.

b) En déduire l'année où la consommation moyenne de sucre deviendra inférieure à 5 kg par personne et par an.