

Terminale ES – Exercices sur « Logarithmes et opérations »

Exercice 1 : Exprimer en fonction de $\ln 2$ les réels suivants :

$$A = \ln 16 \quad B = \ln \frac{1}{32} \quad C = \frac{1}{2} \ln 16 \quad D = -\ln 8$$

Exercice 2 : Exprimer les réels suivants en fonction de $\ln 2$ et $\ln 5$:

$$A = \ln 1000 \quad B = \ln 500 \quad C = \ln \frac{8}{25} \quad D = \ln(0,025)$$

Exercice 3 : Vérifier les égalités suivantes : a) $3 \ln 2 + \ln 3 = \ln 24$ b) $2 \ln \frac{1}{4} + 3 \ln 2 = \ln \frac{1}{2}$

c) $2 \ln 100 - 3 \ln 10 + \ln 1000 = 4 \ln 10$

Exercice 4 : Écrire les nombres A et B sous la forme $\ln C$, où C est un nombre à déterminer.

$$A = \frac{1}{2} \ln 25 - 2 \ln 2 \quad B = \ln 32 + \ln \frac{1}{3} - \ln 2$$

Exercice 5 : Comparer les réels x et y sans utiliser la calculatrice.

a) $x = 3 \ln 2$ et $y = 2 \ln 3$ b) $x = \ln 5 - \ln 2$ et $y = \ln 12 - \ln 5$

Exercice 6 : On sait que $\ln 3 \approx 1,1$ et $\ln 5 \approx 1,6$. En déduire, sans l'aide de la calculatrice, des valeurs approchées de : a) $\ln 27$ b) $\ln 15$ c) $\ln 45$

Exercice 7 : On sait que $\ln 2 \approx 0,7$ et $\ln 7 \approx 1,9$. En déduire, sans l'aide de la calculatrice, des valeurs approchées de : a) $\ln 56$ b) $\ln 3,5$ c) $\ln 24,5$

Exercice 8 : Vérifier, sans l'aide d'une calculatrice, les égalités proposées :

a) $\ln e^5 - 2 \ln e^2 = 1$ b) $3 \ln e^{-3} + \frac{1}{2} \ln e^{10} = -4$

Exercice 9 : Écrire de manière plus simple les nombres suivants :

$$A = \ln(e^{-5}) + 3e^{\ln 5} \quad B = \frac{1}{2} \ln e^{0,5} - \ln e^{-4} \quad C = e^{\frac{1}{2} \ln 8 + 1} \quad D = \frac{e^{2 + \ln 2}}{e^{1 - \ln 2}} \quad E = \frac{e^{2 \ln 3}}{e^{3 \ln 2}}$$

Exercice 10 : Simplifier les nombres suivants :

$$A = \ln\left(\frac{e^5}{e^3}\right) \quad B = \ln \sqrt{e} - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) \quad C = \ln\left(\frac{e^3}{5}\right) + \ln 5 \quad D = 2 \ln 7 - \ln\left(\frac{49}{e^3}\right) \quad E = e^{\ln 3 + 1} \quad F = e^{-\ln 2 + \ln 3}$$
$$G = 2 \ln(\sqrt{2} + 1) + \ln(-2\sqrt{2} + 3) \quad H = \ln(\sqrt{7}) + \ln\left(2\sqrt{7} + \frac{3}{\sqrt{7}}\right)$$

Exercice 11 : Simplifier les expressions algébriques suivantes, après avoir précisé leurs ensembles de

définition : $A(x) = e^{x - \ln(2x)}$ $B(x) = e^{x + \ln x} \times e^{\ln x - x}$ $C(x) = \frac{e^{\ln x + 1}}{e^{\ln x - 1}}$

Exercice 12 : Vérifier les égalités suivantes en précisant pour quelles valeurs de x elles sont définies :

a) $\ln(e^x + 1) - x = \ln(1 + e^{-x})$ b) $\ln\left(\frac{1 + e^x}{e^x - 1}\right) = \ln\left(\frac{1 + e^{-x}}{1 - e^{-x}}\right)$

Exercice 13 : f est la fonction définie par $f(x) = 2 \ln x + \ln(1 - x) - \ln 2$

a) Préciser l'ensemble de définition de f .

b) Écrire $f(x)$ sous la forme $\ln g(x)$, où g est une fonction à déterminer.